

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

مفهوم گزینه ۳: بی خبری عاشقانه

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: هر کسی محرم راز عشق نیست.

۲ - گزینه ۳ بیت اسلوب معادله ندارد/ عقده در کار نفس زدن: کنایه از مخالف ذات و سرشت خود عمل کردن

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «۱»: باران: استعاره از اشک / تشبیه قطره باران به گوهر

گزینه ۲: «۲»: جناس ناهمسان بین کسالت و رسالت/ نسیم پیام رسان است: تشخیص

گزینه ۴: «۴»: شاعر دلیل فدا شدن شمع را رسیدن فرمانی از معشوق دانسته است که حسن تعلیل است/ شمع و پروانه مراعات نظیر دارند.

۳ - گزینه ۴ مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه ۴: هر کسی، محرم راز عشق نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «۱»: شکوه از بی وفایی معشوق

گزینه ۲: «۲»: ادعای عاشقی بسیار آسان است و دلیل بر عشق حقیقی نیست.

گزینه ۳: «۳»: بلاکشی عاشق: رنج عشق برای عاشق لذت بخش است.

۴ - گزینه ۴

حسن تعلیل بیت «ج»: علت وجود رود دجله، سوگ خلفا است.

تضاد بیت «ب»: ویرانی و آبادی تضاد دارند.

استعاره بیت «الف»: این که دل سؤال پیرسد و یا عشق جواب بدهد تشخیص است و هر تشخیصی استعاره است.

تناقض بیت «د»: در گدایی سلطان بودن تناقض دارد.

توجه: دقت داشته باشید بیت «ب» پارادوکس (تناقض) ندارد و مثلاً اگر شاعر می گفت در ویرانی من را آباد داشت تناقض می شد.

۵ - گزینه ۲ در این بیت، واژه «خرسند» قافیه است و اگر بیت را به صورت عادی و مستقیم برگردانیم، واژه «خرسند»، مسند است. در دیگر گزینه‌ها، واژه‌های «کمر بند، پیوند و پند» قافیه هستند و

همگی نقش دستوری مفعول دارند. با این توضیح که در گزینه ۱، فعل بر قرینه معنوی محذوف است: (تو) کمر بندی از آهن به میان داری.

در گزینه ۳، فعل «کرده‌ای» به معنی «انجام داده‌ای» است؛ بنابراین «پیوند» نقش مفعول دارد.

با اختر سعد پیوند (را) کرده‌ای (انجام داده‌ای)

در گزینه ۴، نیز صورت عادی مصراع دوم چنین است: یک پند را از این سوخته جان بشنو. «پند» نیز مفعول است.

۶ - گزینه ۲ نژند: اندوهگین، پژمرده، پژمان / ارغند و شرزه: خشمگین

۷ - گزینه ۴ سلسله جناب: آنکه دیگران را به کاری برمی انگیزد، محرک // کلوخ: «پاره گل خشک شده» است نه سنگ. // معجر (روسری) را با مجمر (آتشدان) اشتباه نگیرید. // «نحس» صفت

است و «بد اختر» هم معنایش است نه بد اختر.

۸ - گزینه ۲ «دست شستن» کنایه از «صرف نظر کردن»، «ترک کردن» / «دست» در مصراع دوم ایهام دارد، ۱. عضوی از بدن است و ۲. به معنای از این دست یا از این قبیل / تشخیص در اینکه غم

از خوردن خون دل من دست شسته است و تناسب میان «دست و دل» و «نقش و می نگارند»

۹ - گزینه ۳ نوع «را» در ردیف بیت صورت سؤال، حروف اضافه و به معنی «از» است.

«تا پادشه خراج نخواهد خراب را: تا پادشه از خراب خراج نخواهد»

در گزینه ۳، نیز «را» حرف اضافه به کار رفته است و به معنی «از» می باشد: چه کند گوی که عاجز نشود چوگان را: گوی نمی تواند کاری کند که از چوگان عاجز نشود.

در گزینه ۱ و «۴»، «را»، نشانه مفعول است.

گزینه ۱، چه داند صواب را؟: صواب را نمی داند.

گزینه ۴، بر چشم من به سحر بیستند خواب را: بر چشم من به سحر خواب را بیستند.

در گزینه ۲، «را» فک اضافه است: «پرده از سر بر گرفتم آن همه تزویر را: از سر آن همه تزویر پرده برگرفتم»

۱۰ - گزینه ۳ این بیت ۳ ترکیب اضافی دارد:

۱- آتش دل ۲- جانت ۳- جانت (جان تو)

گزینه ۱: «۱»: یک مورد ترکیب اضافی دارد: گنبد گیتی

گزینه ۲: «۲»: دو مورد ترکیب اضافی دارد: ۱- شیر سپهر ۲- اختر سعد

گزینه ۳: «۳»: دو مورد ترکیب اضافی دارد: ۱- مشیت روزگار ۲- گردش قرن

۱۱ - گزینه ۴ مفهوم مشترک گزینه‌های «۱، ۲، ۳» هر که عاشق نیست، گویی اصلاً زنده نیست؛ اما مفهوم بیت گزینه ۴، چنین است: فقیر سرزمین عشق در اوج توانگری است. توجه «آه به جگر

نداشتن» کنایه از «سخت فقیر و بی چیز بودن»

۱۲ - گزینه ۲ استعاره ← حدیث و قصه گفتن عشق (همان تشخیص است که نوعی استعاره است)

کنایه ← راه پر خون ← راه پر خطر

تلمیح ← اشاره به داستان لیلی و مجنون

۱۳ - گزینه ۲ مفهوم بیت صورت سؤال و سایر ابیات شکایت از جدایی است که در بیت ۲ دیده نمی‌شود.

شاعر در بیت ۲، از کسی می‌خواهد، حال او را پیش دلبرش روایت کند.

۱۴ - گزینه ۳ فقط درد عشق را عاشق دل‌سوخته می‌فهمد و درک می‌کند، این مفهوم در تمام گزینه‌ها وجود دارد به‌جز گزینه ۳، که می‌گوید: وجود من از هجر و دوری تو سوخته و چشمانم از درد عشق تو اشک‌بار است.

۱۵ - گزینه ۲

گزینه ۲، هر که جز ماهی ز آبش سیر شد.

ماهی ← استعاره از عاشق و عارف

آب ← استعاره از عشق

۱۶ - گزینه ۱ تنها ماهی دریای حق (عاشق) است که از غوطه خوردن در آب عشق و معرفت سیر نمی‌شود. هر کس از عشق بی‌بهره باشد، روزگارش تباه و بیهوده می‌شود.

۱۷ - گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱، حسب

گزینه ۳، ظن

گزینه ۴، مسطور

۱۸ - گزینه ۳ در این بیت، تشبیه وجود ندارد، اما در واج «د» و «ه»، واج آرایی صورت گرفته است.

در بیت «۱» ستوران: استعاره از «مردم بی‌خیال و حیوان صفت» است. مردم دیو مانند: تشبیه است.

در بیت «۲» واژه «بنا» تکرار شده است. «از ریشه برکندن» و «از بُن برکندن»: کنایه از نابود کردن است.

در بیت «۴» به داستان دیو سفید در هفت خوان رستم اشاره دارد: تلمیح است. آوردن «ای» برای دماوند: تشخیص است.

۱۹ - گزینه ۳ بیت «ج»: حسن تعلیل ← دلیل کوتاه شدن شمع رسیدن به خاکستر پروانه است.

بیت «ب»: تلمیح ← به ماجرای پادشاهی اسکندر و دارا.

بیت «الف»: ایهام تناسب ← هوا در بیت در معنی «میل و آرزو» به کار رفته است؛ اما معنی غیرمرتبط (آب و هوا) با آب تناسب دارد.

بیت «د»: حس آمیزی ← رنگی بودن قصه

۲۰ - گزینه ۱ تعبیر: بیان کردن، شرح دادن، بازگویی / سریر: تخت پادشاهی، اورنگ / گرز: ویژگی نوعی مار سمی و خطرناک / شرزه: خشمگین، غضبناک

۲۱ - گزینه ۳ «متأثلاً» حالت فاعل «الطالب» را بیان کرده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: «تشدد» خبر است و حال وجود ندارد.

گزینه «۲»: «أثرت» جمله وصفیه برای «آیات» می‌باشد که مفعول است.

گزینه «۴»: «تجری» حال است که حالت «قطرات» را بیان می‌کند که نقش مفعول دارد.

۲۲ - گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

«کارهای مهم ما، یک ترکیب اضافی وصفی است که در گزینه‌های «۳» و «۴» ضمیر «نا»، یعنی «ما» تعریف نشده است.

به علاوه «پس چرا این همه عجله»، در سایر گزینه‌ها به درستی تعریف نشده است.

۲۳ - گزینه ۴ ترجمه عبارت: «خرافات در ادیان مردم در گذر زمان زیاد شده است؛ ولی خداوند مردم را در این حالت رها نکرده است».

ترجمه گزینه: مردم از خرافات پیروی نمی‌کنند؛ مادامی که ادیان وجود دارند.

ترجمه گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: خداوند به مردم اهمیت می‌دهد و آنان را در مشکلات رها نمی‌کند.

گزینه ۲: خرافات آفت ادیان و دلیل انحراف مردم هستند.

گزینه ۳: خرافات به مرور زمان زیاد می‌شوند.

۲۴ - گزینه ۲ ترجمه گزینه درست: پدر دوستم سعی کرد که او را از اشتباهی که مرتکبش شده است نجات دهد؛ ولی بدون فایده بود.

ترجمه گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: هر کس طمع به به‌دست آوردن زیاد داشته باشد، کم راه هم به دست نمی‌آورد. / انسان بر آنچه از او منع شده است، حریص است.

گزینه ۳: معلم دانش‌آموزان را از مسخره کردن دیگران منع کرد و در آن موفق بود. / دانش‌آموزان از مسخره کردن باز نایستادند.

گزینه ۴: هدف از تقدیم قربانی به خدایان به دست آوردن رضایت آنان و دور کردن شرشان بود / خدایان برای مردم شر و عدم رضایت می‌آوردند.

۲۵ - گزینه ۲ ترجمه گزینه صحیح: تعمیر کردن، خراب کردن

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: «أعلى» بالاتر / «أبعد» دورتر

گزینه «۳»: «الذَّهاب» رفتن / «الْوُصُول» رسیدن

گزینه «۴»: «السَّاب» جوان / «الطُّفلة» دختر بچه

۲۶ - گزینه ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هیچ خیری در محبت انسان دو رو نیست.

گزینه ۲: هیچ فرصتی برای بحث و مناقشه نیست، مادامی که قاضی عادل است.

گزینه ۳: هر غذایی که نام خداوند بر آن ذکر نشود، تنها مریضی است و هیچ برکتی در آن نیست.

۲۷ - گزینه ۴ «إِنَّ هَمانا، بی گمان / ذو فضل»: دارای بخشش، صاحب فضل / «علی الناس»: بر مردم / «و لکن»: ولی، اما / «أكثر الناس»: بیشتر مردم / «لا یشکرون»: شکرگزاری نمی کنند.

۲۸ - گزینه ۴ ترجمه گزینه درست: بی شک او وارد سالن فرودگاه شد، در حالی که ورود مسافران را بشارت می داد. «مُبَشِّرُهُ» حال است و جمله با حرف تأکید «إِنَّ» شروع شده است. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: قطعاً تغذیه آن برای دوستداران ماهی ها سخت است، زیرا او دوست دارد که شکارش را زنده بخورد. «حَيَّةٌ» حال است، ولی جمله مورد تأکید واقع نشده است.

گزینه ۲: هنگامی که عارف مادرش را دید که گریه می کند، با تعجب از او در مورد دلیل گریه اش پرسید. «مُعْجَباً» حال است، ولی جمله مورد تأکید واقع نشده است.

گزینه ۳: دوست دارم که عتبات مقدسه را در حالی که جوان هستم زیارت کنم. «أنا شابٌ» جمله حالیه است، ولی در جمله تأکیدی وجود ندارد.

۲۹ - گزینه ۴ «أَهَمَّ» در گزینه ۴، اسم تفضیل و به معنای مهم ترین است.

«أُزْرَقُ» در گزینه ۱، به معنای آبی است. رنگ ها اسم تفضیل نیستند.

«أَطْمَحَ» در گزینه ۲، فعل ماضی از باب افعال است و «خیر» در گزینه ۳، به معنای خیر و خوبی است و اسم تفضیل نیست. ترجمه گزینه ها:

گزینه ۱: رنگ آبی را دوست دارم و همیشه لباس هایم را به این رنگ انتخاب می کنم.

گزینه ۲: هر کس در آنچه حقیقت نیست، طمع کند، آنچه را بدست آورده است از دست می دهد.

گزینه ۳: کار خیر انجام بده حتی اگر مردم به روش بدی با تو رفتار کنند.

گزینه ۴: اهتمام ورزیدن به پدر و مادر، از مهمترین کارهاست.

۳۰ - گزینه ۴ در این گزینه فعل ناقصه (کُنْتُ) به کار رفته نه حرف مشبیه بالفعل!

«لَکِنَّ، إِنَّ و اِنَّ» از حروف مشبیه بالفعل هستند.

۳۱ - گزینه ۲ «أولاده» صاحب حال ← و «طائفاً» و «مختاراً» حال مفرد هستند و از نظر تعداد مطابقت ندارند. (صحیح: طائفتین، مختارین)

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: «قد قَدْتُ»: جمله حالیه

گزینه ۳: «هم یدعون» ترکیب (واو + ضمیر، جمله حالیه از نوع اسمیه)

گزینه ۴: «هی تسأل»: جمله حالیه، (واو حالیه + ضمیر)

۳۲ - گزینه ۴ «مضطراً»: صفت است نه حال!

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: «مبشّرین» حال مفرد است.

گزینه ۲: هرگاه بعد از (واو)، اسم معرفه (ال) دار به عنوان مبتدا بیاید؛ اصولاً جمله حالیه خواهیم داشت. (واو حالیه + الحقیقه: مبتدا + أمامه: خبر)

گزینه ۳: حال «(جاهدین)» می باشد. البته دقت کنید که «متکاسلین» را حال حساب نکنید، چون «خبر کان» است.

۳۳ - گزینه ۲ «سخنشان تو را ناراحت نکند، بی شک عزّت و بزرگی، همه از آن خداوند است».

ترجمه و بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: هیچ چیز بهتر از بخشش در هنگام قدرت داشتن، نیست. (لّا، بر سر اسم آمده است و لا نفی جنس می باشد).

گزینه ۳: گفتند هیچ دانشی نداریم، قطعاً تو بسیار دانای نهان ها هستی. (لّا، بر سر اسم آمده است و لا نفی جنس است).

گزینه ۴: کودکان باید با هر کسی دوست نشوند. «أَلَا يُصادقوا» = أُنْ + لا + يُصادقون → این «لا نفی می باشد».

۳۴ - گزینه ۲ گزینه ۱: «إِنَّ» حرف مشبیه بالفعل است.

گزینه ۳: «لیت» حرف مشبیه بالفعل است.

گزینه ۴: «لَکِنَّ» حرف مشبیه بالفعل است.

در گزینه ۲: «کان» از افعال ناقصه است و آن را با «کَانَ» از حروف مشبیه بالفعل اشتباه نگیریم.

۳۵ - گزینه ۴ (لَکِنَّ) از حروف مشبیه بالفعل است که برای تکمیل معنا و مفهوم جمله قبل از خود به کار می رود و همچنین برای رفع ابهام جمله قبل می باشد.

۳۶ - گزینه ۲ (تَمَنَّى) فعل ماضی است و بصورت (آرزو کرد) صحیح می باشد.

۳۷ - گزینه ۲ لَکِنَّ از حروف مشبیه بالفعل است که برای تکمیل معنا و مفهوم جمله قبل از خود به کار می رود.

ترجمه گزینه: گردشگران در سالن فرودگاه حاضر شدند ولی راهنما حاضر نشد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: اِنَّ جمله پاسب از خود را تأکید می کند.

ترجمه گزینه: قطعاً رحمت خداود به نیکوکاران نزدیک است.

گزینه ۳: اَنَّ به معنای (که) است و دو جمله را به هم پیوند می دهد.

ترجمه گزینه: بدانید که نیازهای مردم به سوی شما از نعمت های خداوند بر شماست.

گزینه ۴: کَانَ به معنای گویی و مانند است.

ترجمه گزینه: گویی راضی کردن همه مردم هدفی است که بدست آورده نمی شود (هدفی است دست نیافتنی)

۳۸ - گزینه ۴ در این گزینه «مُشَفَّعٌ» حال مفرد و منصوب و صاحب حال «المعلّمة» است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: «زُوجِن» مفعول به دوم است (برخی از فعل‌ها دو مفعول وجود دارد؛ مانند: وَجَدَ، جَعَلَ، أَعْطَى، رَزَقَ ...)

گزینه ۲: «مُعِيداً» مفعول به دوم است.

گزینه ۳: «مَرِيضاً» مفعول به است.

۳۹ - گزینه ۱ در این گزینه «صِراً» مفعول مطلق نوعی / «جَمِلاً» صفت / «لَمْ يُشَاهَدْ لِأَحَدٍ» جمله وصفیه.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: «مُعْتَرِفاً» حال است.

گزینه ۳: «مُطْمَئِنّاً» حال است.

گزینه ۴: «أَنْتَ خَاشِعَةٌ» حال است.

۴۰ - گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «مفرد مذکر» نادرست است / جمع مکسر و مفرد آن (فَرَح) است.

گزینه ۳: «مزید ثلاثی و مصدره» (بلاغ) نادرست است / مجرد ثلاثی صحیح می‌باشد.

گزینه ۴: «للمخاطب» نادرست است / صیغه للغایبة می‌باشد.

۴۱ - گزینه ۳ (از عوامل تجدید نبوت)

به علت ابتدایی بودن سطح فرهنگ و زندگی اجتماعی و عدم توسعه‌ی کتابت، تعلیمات پیامبران به تدریج فراموش می‌شد، یا به گونه‌ای تغییر می‌کرد که با اصل آن متفاوت می‌شد؛ بنابراین تجدید نبوت‌ها ضرورت می‌یابد.

۴۲ - گزینه ۱ معجزه آخرین پیامبر الهی که می‌خواهد از جانب خداوند برای همه زمان‌ها پیامبر باشد، باید به گونه‌ای باشد که:

۱ - مردم زمان خودش به معجزه بودن آن اعتراف کنند و آن را فوق بشری بدانند.

۲ - آیندگان هم معجزه بودن آن را تأیید کنند.

از این رو، خداوند معجزه اصلی پیامبر اکرم (ص) را قرآن کریم قرار داد، معجزه‌ای از جنس کتاب.

خداوند به کسانی که به الهی بودن این کتاب شک دارند پیشنهاد می‌دهد که سوره‌ای همانند قرآن بیاورند.

عبارت	اشاره به
جلوگیری کردن از رفت‌وآمد مردم به خانه پیامبر از روی مشرکان (ص)	اعجاز لفظی
همانند اعضای یک بدن بودن آیات	اعجاز محتوایی - انسجام درونی در عین نزول تدریجی
ذکر موضوعاتی چون عدالت خواهی و علم دوستی	اعجاز محتوایی - تأثیرناپذیری از عقاید دوران جاهلیت
آسمان را با قدرت خود برافراشتیم و همواره آنرا وسعت دادیم	اعجاز محتوایی - ذکر نکات علمی بی‌سابقه

۴۳ - گزینه ۱

۴۴ - گزینه ۱ با توجه به آیه «فلا یتدبرون القرآن...» اگر قرآن الهی نبود تعارض و ناسازگاری فراوان در آن وجود داشت: «اختلافاً کثیراً» و درک این حقیقت که قرآن تعارض و ناسازگاری ندارد، نتیجه تدبر در قرآن است.

۴۵ - گزینه ۳ آیه مذکور، اشاره به قدرت لایزال الهی در آفرینش آسمان و گسترش آن دارد. بنابراین می‌توان از این آیه نظریه انبساط جهان را دریافت. هم‌چنین مطابق با این نظریه می‌توان فهمید که کهکشان‌ها با سرعت فوق‌العاده در حال حرکت و فاصله گرفتن از یکدیگرند.

۴۶ - گزینه ۱ قرآن کریم می‌فرماید: «خداوند از دین همان را برایتان بیان نمود که نوح را بدان سفارش نمود و آنچه را ما به تو وحی کردیم و به ابراهیم، موسی و عیسی توصیه نمودیم، این بود که دین را به پا دارید و در آن تفرقه نکنید، علت این دستور خدا، یکسان بودن دین الهی است.

۴۷ - گزینه ۳ تعیین امام معصوم از طرف خداوند سبب شد که مسئولیت‌های پیامبر به جز دریافت و ابلاغ وحی ادامه یابد و جامعه کمبودی از جهت رهبری و هدایت نداشته باشد.

۴۸ - گزینه ۴ عبارت «خداوند قرآن کریم را با همین حروف و کلماتی که در دسترس بشر است نازل کرده است، بیانگر اعجاز لفظی و عبارت قرآنی «آسمان را با قدرت خود برافراشتیم و همواره آن را وسعت بخشیدیم، بیانگر انبساط جهان (ذکر نکات علمی بی‌سابقه) و از جنبه‌های اعجاز محتوایی است.

۴۹ - گزینه ۱ فرهنگ مردم حجاز آمیزه‌ای از عقاید نادرست مانند «آداب و رسوم خرافی و شرک آلود، بود و با وجود این، قرآن کریم نه تنها از این فرهنگ تأثیر نپذیرفت (تأثیرناپذیری از عقاید دوران جاهلیت) بلکه به شدت با آن مبارزه کرد و از موضوعاتی همچون عدالت خواهی، علم دوستی و... سخن گفته است. هر دو مورد مربوط به تأثیرناپذیری از عقاید دوران جاهلیت بود.

۵۰ - گزینه ۳ به سبب ویژگی‌های فطری مشترک، خداوند یک برنامه کلی به انسان‌ها عنایت کرده تا آنان را به هدف مشترکی که در خلقتشان قرار داده است، برساند. و لازمه استقرار و ماندگاری یک پیام، تبلیغ دائمی و مستمر آن است.

۵۱ - گزینه ۳ به علت رشد تدریجی فکر و اندیشه انسان‌ها در گذر زمان، برای انسان‌های همان عصر قابل فهم و درک نبود و به علت عدم توسعه کتابت، برای انسان‌های سایر اعصار، به تدریج فراموش می‌شد یا به گونه‌ای تغییر می‌یافت که با اصل آن متفاوت می‌شد. (تحریف می‌شد یا از بین می‌رفت).

۵۲ - گزینه ۱ با اینکه بیش از شش هزار آیه در طول ۲۳ سال به تدریج نازل شد و درباره موضوعات متنوع سخن گفته است، نه تنها میان آیات آن، تعارض و ناسازگاری نیست، بلکه آیاتش دقیق‌تر از اعضای یک بدن، با یکدیگر هماهنگی دارند و همدیگر را تأیید می‌کنند و این موضوع نشان‌دهنده این است که قرآن از سوی خداست و منشا و خاستگاه و ریشه الهی دارد و این موضوع در آیه شریفه «فلا یتدبرون القرآن و لوکان من غیر الله لوجدوا فیهِ اختلافاً کثیراً» مشهود است.

۵۳ - گزینه ۱

پایین بودن سطح درک انسان‌ها و عدم توانایی آنان در گرفتن برنامه کامل زندگی از عوامل تجدید نبوت‌ها بود. در عصر نزول قرآن، با اینکه مردم حجاز سطح فرهنگی پایینی داشتند، اما آمادگی فکری و فرهنگی جوامع مختلف به میزانی بود که می‌توانست کامل‌ترین برنامه زندگی را دریافت و حفظ کند.

با تلاش و کوشش مسلمانان و در پرتو عنایت الهی و با اهتمامی که پیامبر اکرم (ص) در جمع آوری و حفظ قرآن داشت (نه تربیت حافظان وحی)، این کتاب دچار تحریف نشد و هیچ کلمه‌ای بر آن افزون و یا از آن کم نگردید، به همین جهت این کتاب نیازی به تصحیح ندارد.

دقت شود: حافظان وحی با اشتیاق قرآن را فرا می‌گرفتند، نه با اهتمام و دستور پیامبر (رد گزینه‌های ۲ و ۳).

۵۴ - گزینه ۲ در آیه «أَمْ يَقُولُونَ اقْرَأْ قُلْ فَاتُوا بِسُورَةٍ مِثْلِهِ: آیا می‌گویند آن {قرآن} را به دروغ به خدا افترا بسته است، بگو اگر می‌توانید یک سوره همانند آن بیاورید.» خداوند مردم را به آوردن سوره‌های مشابه یکی از سوره‌های قرآن دعوت می‌کند و در آیه «قُلْ لِّئِنْ اجْتَمَعَتِ الْإِنْسُ وَالْجِنُّ لَيَأْتِيَنَّهُ بِمِثْلِهِ: بگو اگر تمامی انس و جن جمع شوند، نمی‌توانند همانند قرآن بیاورند، خداوند به‌طور قطعی تأکید کرده که هیچ‌کس نمی‌تواند مشابه قرآن را بیاورد.

۵۵ - گزینه ۴ فطرت مشترک انسانی باعث شد تا خداوند یک دین برای انسان‌ها بفرستد، پس باید به دنبال گزینه‌ای باشیم که از نام یک دین یا آیین خاص استفاده کرده باشد که مورد قبول خداست. در گزینه ۴، ذکر شده که (دین نزد خدا، اسلام است) این یعنی یک دین مورد تأکید خداست. آیه «قطعاً دین نزد خداوند، اسلام است»، در تست‌ها با دو موضوع می‌تواند مورد پرسش قرار گیرد که هر کدام را دیدید، قطعاً جواب مورد نظر، همان گزینه است؛ (۱) برنامه کلی به سبب ویژگی‌های مشترک (۲) دلیل چند دینی مردم

۵۶ - گزینه ۳ با وجود اینکه فرهنگ مردم حجاز آمیزه‌ای از عقاید نادرست و آداب و رسوم خرافی و شرک‌آلود بود، قرآن نه تنها از این فرهنگ تأثیر نپذیرفت، بلکه به شدت با آداب جاهلی و رسوم خرافی آن مبارزه کرد و به اصلاح جامعه پرداخت و از موضوع‌هایی همچون عدالت‌خواهی، علم‌دوستی، معنویت و حقوق برابر انسان‌ها سخن گفته است.

۵۷ - گزینه ۲ دینی می‌تواند برای همیشه ماندگار باشد که بتواند به همه سؤال‌ها و نیازهای انسان در همه مکان‌ها و زمان‌ها پاسخ دهد. (این مفهوم مربوط است به پویایی و روز آمد بودن دین اسلام و این که دین اسلام ویژگی‌هایی دارد که می‌تواند پاسخگوی نیازهای بشر در دوره‌های مختلف باشد).

۵۸ - گزینه ۳ ابلاغ دین الهی پیشین همان جلوگیری از تحریف تعلیمات پیامبر پیشین است. تحمل سختی پیامبران هم برای گسترش و دعوت به خداپرستی و ... بوده که مؤید استمرار و پیوستگی در دعوت است.

۵۹ - گزینه ۴ حدیث پیامبر (ص)، بیانگر تجسم اعمال است. تنها در گزینه ۴، یک نمونه از اعمالی که می‌تواند موجب وحشت در قیامت شود، بیان شده است. با توجه به معنای آیه شریفه «وَمَنْ يَتَّبِعْ غَيْرَ الْإِسْلَامِ دِينًا فَلَنْ يُقْبَلَ مِنْهُ وَهُوَ فِي الْآخِرَةِ مِنَ الْخَاسِرِينَ» کسانی که دینی جز اسلام اختیار کنند، از آن‌ها هرگز پذیرفته نخواهد شد و در آخرت از زیانکاران خواهند بود.

۶۰ - گزینه ۱ پیامبران الهی با ایمان استوار و تلاش بی‌مانند، در طول زمان‌های مختلف، دین الهی را تبلیغ می‌کردند. آنان سختی‌ها را تحمل می‌کردند تا خداپرستی، عدالت‌طلبی و کرامت‌های اخلاقی میان انسان‌ها جاویدان بماند و گسترش یابد و شرک، ظلم و رذائل اخلاقی از بین برود. این تداوم سبب شد تا تعلیم الهی جزء سبک زندگی و آداب و فرهنگ مردم شود و دشمنان دین نتوانند آن را به راحتی کنار بگذارند.

علت نادرستی گزینه ۴: این تداوم و تلاش مربوط به تمام پیامبران الهی است و نه فقط پیامبر اکرم (ص).

۶۱ - گزینه ۳ معنی جمله: بتی می‌گوید تمام برنامه‌هایی را که برای آینده ریخته است عملی خواهد کرد.

(۱) آزمایش (۲) بهبود (۳) عمل (۴) تأثیر

نکته: "put into practice" = عملی کردن

۶۲ - گزینه ۲

carrying

ترجمه: او داشت دختر کوچکش را در آغوش حمل می‌کرد.

ترجمه گزینه‌ها: (۱) جمع کردن (۲) حمل کردن (۳) پاک کردن (۴) محافظت کردن

۶۳ - گزینه ۱

long green dress

ترجمه: دختر بچه کوچک در لباس بلند و سبز دوست داشتنی به نظر می‌رسید.

(ترتیب صفات)

$\frac{\text{long}}{\text{اندازه}} + \frac{\text{green}}{\text{رنگ}} + \frac{\text{dress}}{\text{اسم}}$

۶۴ - گزینه ۱ به دلیل اینکه این سؤال دو عمل پشت سر هم و نه همزمان را مورد سؤال قرار داده و چون هر دو در گذشته بوده پس به شکل گذشته ساده بیان می‌شود.

۶۵ - گزینه ۳ هرگاه دو جمله در گذشته با هم اتفاق بیفتند، فعلی که استمرار داشته با گذشته استمراری و فعل دیگر را با گذشته ساده بیان می‌کنیم. نکته دوم اینکه یادمان باشد بعد از while فعل به شکل استمراری بیان می‌شود.

گذشته ی استمراری+while

۶۶ - گزینه ۲ وقتی شنید که تلفن داره زنگ می‌زنه، تلویزیون را خاموش کرد.

خاموش کردن تلویزیون نمی‌تواند استمراری باشد پس گذشته ساده می‌آوریم.

۶۷ - گزینه ۳ سال گذشته مری نمی‌توانست سریع تایپ کند. او به کلاس تایپ رفت و حالا می‌تواند به سرعت تایپ کند.

توانایی یا عدم توانایی انجام کار با استفاداز فعل کمکی Can چون جمله ی اول گذشته است بنابراین باید از شکل گذشته ی can یعنی could البته منفی استفاده کرد.

۶۸ - گزینه ۱ آن خانواده به طور جدی امکان ترک کشور را مورد توجه قرار داده است.

a: مورد توجه قراردادن b: تفریح کردن c: احترام گذاشتن d: آماده کردن

۶۹ - گزینه ۴ متأسفانه بیماری آن شخص مریض خیلی جدی تر از آن است که پزشکان ابتدا فکر می‌کردند.

a: رفتار b: قاره c: سلامتی d: بیماری

۷۰ - گزینه ۴ ترجمه: من هرگز آن میز بزرگ قهوه‌ای رنگ زیبای چوبی را که قبلاً روی آن غذا می‌خوردیم، فراموش نکرده‌ام.

ترتیب توالی صفات: (کیفیت + اندازه + سن + رنگ + ملیت + جنس + اسم)

۷۱ - گزینه ۴ «در همه جای دنیا این یک واقعیت ساده است. اگر از طبیعت محافظت نکنیم، آن هم هرگز از ما محافظت نمی‌کند.»

(۱) آکواریوم (۲) هواپیما (۳) پرواز (۴) طبیعت

۷۲ - گزینه ۳ «لطفاً سیگارت را هر چه سریع‌تر خاموش کن. نمی‌خواهم این بچه‌ها عادات بد تو را داشته باشند.»

(۱) از دست دادن، گم کردن، باختن (۲) قطع کردن

(۳) خاموش کردن (۴) نجات دادن، پس‌انداز کردن، صرفه‌جویی کردن

۷۳ - گزینه ۲ ترجمه: «در شگفتی که او چگونه توانست، ماشین خود را در چنین جای کوچکی پارک کند.»

(۱) پمپ کردن (۲) تعجب کردن - از خود پرسیدن

(۳) دفاع کردن (۴) جمع کردن

۷۴ - گزینه ۱ ترجمه: ساخته‌های (غذاهای پخته‌شده توسط) آشپز باعث می‌شوند که شما بخواهید دوباره و دوباره به رستوران برگردید.

ترجمه گزینه‌ها: (۱) ساخته‌ها، مخلوقات (۲) منطقه‌ها (۳) دشت‌ها (۴) شگفتی‌ها

۷۵ - گزینه ۱ در انتهای سخنرانی من تمایل دارم همه دانش‌آموزان به گروه‌های بحث کوچک تقسیم شوند.

(۱) تقسیم کردن

(۲) دریافت کردن

(۳) افزایش دادن

(۴) برنامه‌ریزی کردن

۷۶ - گزینه ۴ مقامات حیات وحش تخمین می‌زنند که هزاران حیوان بومی از جمله کوالا در آتش‌سوزی کشته یا زخمی شده‌اند.

(۱) افزایش یافتن

(۲) تقسیم کردن

(۳) محافظت کردن

(۴) زخمی، مصدوم

۷۷ - گزینه ۲ ترجمه: آخرین رمان آن نویسنده خیلی بهتر از هر آنچه است که قبلاً نوشته است.

توضیح: در این جمله مقایسه بین دو چیز صورت گرفته است نه یک گروه: «آخرین رمان» و «هر آنچه که قبلاً نوشته شده است»، پس باید از صفت تفضیلی استفاده کنیم. دقت کنید که در این جمله far به معنی «خیلی، زیاد» است.

۷۸ - گزینه ۱ ترجمه: گفته می‌شود که توانایی برقراری ارتباط موثر، هم به صورت شفاهی و هم به صورت کتبی، نیز مهم است.

ترجمه گزینه‌ها: (۱) به صورت شفاهی (۲) واقعاً (۳) به آرامی (۴) اخیراً

۷۹ - گزینه ۴ باید بدانید که ارزش ورزش روزانه این است که باعث می‌شود شما را سالم و پُرانرژی نگه دارد.

(۱) علاقه

(۲) جا، مکان

(۳) باور

(۴) ارزش

۸۰ - گزینه ۴

دکتر می‌گوید که درد معمولاً با گذشت زمان کاهش می‌یابد و برطرف می‌شود، اما ممکن است چندین ماه تا چند سال طول بکشد.

(۱) نفع، سود

(۲) داستان

(۳) حقیقت

(۴) درد

۸۱ - گزینه ۴ چون $f + g$ و $f - g$ در x_0 پیوسته هستند بنابراین مجموع و تفاضل آن‌ها نیز در x_0 پیوسته است. یعنی:

در x_0 پیوسته: $f \Rightarrow$ در x_0 پیوسته: $f + g = 2f$

در x_0 پیوسته: $g \Rightarrow$ در x_0 پیوسته: $f - g = 2g$

۸۲ - گزینه ۳ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. از آنجا که $f(g(x)) = [g(x)]$ لذا داریم:

$$\text{گزینه ۱} \quad \begin{cases} (f \times g)(x) = [x]^2 \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ ناپیوسته} \\ (f \circ g)(x) = [[x]] = [x] \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ ناپیوسته} \end{cases} \quad \text{گزینه ۲} \quad \begin{cases} (f \times g)(x) = |x|^3 \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ ناپیوسته} \\ (f \circ g)(x) = [[x]]^2 = [x]^2 \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ ناپیوسته} \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۳} \quad \begin{cases} (f \times g)(x) = x^2[x] \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ پیوسته} \\ (f \circ g)(x) = [x]^2 \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ پیوسته} \end{cases} \quad \text{گزینه ۴} \quad \begin{cases} (f \times g)(x) = x[x] \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ پیوسته} \\ (f \circ g)(x) = [x] \Rightarrow \text{در } x=0 \text{ ناپیوسته} \end{cases}$$

۸۳ - گزینه ۴

با توجه به نمودار داریم:

$$x \rightarrow 0^+ : x > 0 \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 < 0 \Rightarrow -2 - x^2 < -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(-2 - x^2) = f((-2)^-) = -1$$

$$x \rightarrow (-1)^- : x < -1 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow -x^2 < -1 \Rightarrow 1 - x^2 < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(1 - x^2) = f((0)^-) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(-2 - x^2) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(1 - x^2) = -1 - 1 = -2$$

۸۴ - گزینه ۲ راه حل اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2} \times \frac{\cos^2 x + \sqrt{\cos x}}{\cos^2 x + \sqrt{\cos x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{x^2(\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos^2 x - 1)}{x^2(\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos x - 1)(\cos^2 x + \cos x + 1)}{x^2(\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x(-2 \sin^2 \frac{x}{2})(\cos^2 x + \cos x + 1)}{x^2(\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \times \frac{x^2}{4}}{x^2} \times \frac{\cos x(\cos^2 x + \cos x + 1)}{\cos^2 x + \sqrt{\cos x}} = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

بهترین روش محاسبه این حد استفاده از هم‌ارزی $\frac{x^2}{2} - \cos x = 1$ است:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)^2 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{2}}}{x^2}$$

حال به کمک هم‌ارزی برنولی صورت را ساده می‌کنیم $(1+x)^r = 1+rx$ وقتی $x \rightarrow 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \times \frac{x^2}{2} - \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{x^2}{2}\right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(-1 + \frac{1}{4})x^2}{x^2} = \frac{-3}{4}$$

۸۵ - گزینه ۴ زمانی که $x \rightarrow (-1)^-$ مقادیر تابع از بالا به -3 نزدیک می‌شوند و زمانی که $x \rightarrow (-1)^+$ مقادیر تابع از بالا به 2 نزدیک می‌شوند، پس داریم:

$$2 \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(x)] - \lim_{x \rightarrow (-1)^+} [f(x)] = 2 \left[(-3)^+ \right] - \left[2^+ \right] = 2(-3) - 2 = -8$$

۸۶ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} (2xf(x) - x^2) = \lim_{x \rightarrow -2} 2x \times \lim_{x \rightarrow -2} f(x) - \lim_{x \rightarrow -2} x^2$$

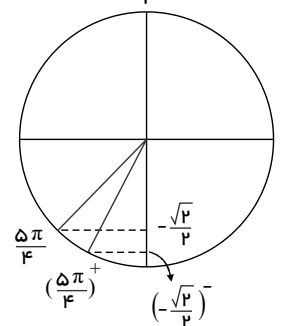
$$= (-4) \times 3 - (-2)^2 = -12 - 4 = -16$$

۸۷ - گزینه ۲

با استفاده از رابطه $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\sin x + \cos x] = \lim_{x \rightarrow \pi^+} [\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})] = [\sqrt{2} \sin(\pi + \varepsilon + \frac{\pi}{4})]$$

$$= [\sqrt{2} \sin(\pi + \frac{\pi}{4})^+] = [\sqrt{2}(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \varepsilon)] = [-1 - \sqrt{2}\varepsilon] = -2$$



۸۸ - گزینه ۲ نکته: $|u| = |-u|$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 3x + 2|}{2x^2 + 3x - 5} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|(x-1)(x-2)|}{2x^2 + 3x - 5} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1||x-2|}{(x-1)(2x+5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)|x-2|}{(x-1)(2x+5)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{2x+5} = \frac{-1}{7}$$

۸۹ - گزینه ۲ باید حد چپ و حد راست در $x = 2$ برابر باشند، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} [fx] + 2a[-x] = [f(2+\varepsilon)] + 2a[-(2+\varepsilon)] = [8+4\varepsilon] + 2a[-2-\varepsilon]$$

$$= 8 + 2a(-3) = 8 - 6a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [fx] + 2a[-x] = [f(2-\varepsilon)] + 2a[-(2-\varepsilon)] = [8-4\varepsilon] + 2a[-2+\varepsilon]$$

$$= 8 - 2a(-2) = 8 - 4a \Rightarrow 8 - 4a = 8 - 6a \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{مقدار حد} = 8 - 6a = 8 - 6 \times \frac{1}{2} = 8 - 3 = 5$$

۹۰ - گزینه ۲ روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\tan^2 x} : \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} \times \cos^2 x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos^2 x} \times \cos^2 x$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \times \cos^2 x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{(1 - \sqrt{\cos x})(1 + \sqrt{\cos x})(1 + \cos x)} \times \cos^2 x$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{(1 + \sqrt{\cos x})(1 + \cos x)} = \frac{\cos^2(0)}{(1 + \sqrt{\cos 0})(1 + \cos 0)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

روش دوم: می‌دانیم $\lim_{u \rightarrow 0} \tan^n u \sim u^n$ و $\lim_{u \rightarrow 0} (1 - \cos^m u) \sim \frac{u^2}{2} \times m$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^{\frac{1}{r}} x}{\tan^r x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^r}{r} \times \frac{1}{r}}{x^r} = \frac{1}{r^2}$$

۹۱ - گزینه ۳ با توجه به شکل مشخص است که $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 1$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1 - f^r(x)}{f^r(x) - 1} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\cancel{[1 - f(x)]}^{-1} (1 + f(x) + f^r(x))}{\cancel{(f(x) - 1)} (f(x) + 1)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-(1 + f(x) + f^r(x))}{f(x) + 1} = \frac{-(1 + 1 + 1)}{1 + 1} = -\frac{3}{2}$$

۹۲ - گزینه ۱ تابع در $x = 2$ پیوسته است:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{a}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{4}{a - 2} = f(2)$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{4}{a - 2} \Rightarrow a^2 - 2a = 8 \Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 4) = 0 \Rightarrow a = -2, 4$$

به ازای $a = 4$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} & x < 2 \\ \frac{4}{4 - x} & x \geq 2 \end{cases}$$

این تابع در $x = 0$ ، $x = 4$ تعریف نشده و ناپیوسته است. به ازای $a = -2$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x} & x < 2 \\ \frac{4}{-2 - x} & x \geq 2 \end{cases}$$

این تابع فقط در $x = 0$ تعریف نشده و ناپیوسته است.

توجه: به جای تشکیل ضابطه تابع می‌توانستیم ریشه ضابطه دوم را به دست آورده و آن را خارج از دامنه قرار دهیم:

$$a - x = 0 \Rightarrow x = a \xrightarrow{a = -2 \text{ یا } 4} a < 2 \rightarrow a = -2$$

۹۳ - گزینه ۱ لازم است تابع در نقاط $x = \pm 1$ پیوسته باشد. واضح است که $f(1) = 2$ و $f(-1) = 0$ پس در تابع g باید:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = 2$$

این شرایط فقط در نمودار گزینه ۱، برقرار است.

۹۴ - گزینه ۱ اگر تابع f خطی باشد، تابع f^{-1} نیز خطی است. حال دقت کنید که حد داده شده برابر عدد متناهی و حد مخرج صفر است؛ پس حد صورت نیز صفر است:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f^{-1}(2x) - 3) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f^{-1}(2x) = 3 \Rightarrow f^{-1}(2) = 3$$

فرض کنید $f^{-1}(x) = ax + b$ در این صورت:

$$f^{-1}(2) = 3 \Rightarrow 2a + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 2a \quad (*)$$

با جای گذاری در حد داده شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x) - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2ax + b) - 3}{x - 1} \stackrel{(*)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2ax + 3 - 2a - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2a(x - 1)}{x - 1} = 2a$$

پس:

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2 \rightarrow b = -1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x - 1 \quad (*)$$

ضابطه تابع f را می‌یابیم:

$$y = 2x - 1 \Rightarrow 2x = y + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}$$

در این صورت:

$$(f - f')(2) = f(2) - f'(2) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

۹۵ - گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

در اطراف $x = 0$ رابطه $|\sin x| \leq |x| \leq |\tan x|$ برقرار است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3 \sin x}{x} \right] - \left[\frac{2 \tan x}{x} \right] = [3^-] - [2^+] = 2 - 2 = 0$$

۹۶ - گزینه ۲ چون تابع f در نقطه $x = a$ حد دارد، پس f^2 و f^3 نیز در نقطه $x = a$ دارای حد هستند چون تابع g در نقطه $x = a$ حد ندارد، تابع $\frac{2g}{f^3}$ قطعاً در نقطه $x = a$ فاقد حد است.

اما مثال‌های نقضی برای سایر گزینه‌ها وجود دارد. به عنوان نمونه مثال نقض گزینه ۱ به صورت زیر است:

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = \begin{cases} 2 & x \geq a \\ -2 & x < a \end{cases}$$

که $g^2(x) = 4$ است و بنابراین $f^2 + g^2 = (x^2 + 1)^2 + 4$ در تمام $\mathbb{R}$ دارای حد است.

مثال نقض گزینه‌های ۳ و ۴:

$$f(x) = x^2 - a^2, \quad g(x) = \begin{cases} 2 & x \geq a \\ -2 & x < a \end{cases}$$

و $\frac{f}{g}$ در نقطه $x = a$ دارای حدی برابر صفر است زیرا حد صورت برابر صفر است. همچنین تابع $f \cdot g$ در نقطه $x = a$ دارای حد است. زیرا حد تابع f در $x = a$ برابر صفر است.

۹۷ - گزینه ۲ تابع در فاصله‌ای پیوسته است که مخرج کسر برابر صفر نشود، بنابراین داریم:

$$|x - 3| + 3 - x = 0 \Rightarrow |x - 3| = x - 3 \Rightarrow x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

پس در $x \geq 3$ مخرج کسر برابر صفر می‌شود و تابع ناپیوسته است از این رو تابع در بازه $(-\infty, 3)$ پیوسته است.

۹۸ - گزینه ۴ فرض کنید تابع f در نقطه $x = k$ که $k \in \mathbb{Z}$ پیوسته باشد. در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = \lim_{x \rightarrow k} (x^k - x^2) = k^k - k^2$$

$$f(k) = 4k^2 - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = f(k) \rightarrow k^k - k^2 = 4k^2 - 4 \rightarrow k^k - 4k^2 + 4 = 0 \Rightarrow (k^2 - 1)(k^k - 4) = 0 \rightarrow k = \pm 1, k = \pm 2$$

بنابراین تابع f در نقاط صحیح $x = \pm 2, x = \pm 1$ پیوسته است.

۹۹ - گزینه ۴

$$x \rightarrow \pm\infty \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2} = x \rightarrow \pm\infty \frac{ax^3}{ax^3} = 1$$

تابع یک مجانب افقی به صورت $y = 1$ دارد چون فقط در دو نقطه ناپیوسته است و دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد باید یک مجانب قائم نیز داشته باشد. در واقع باید مخرج دو ریشه داشته باشد که یکی از آنها ریشه مشترک با صورت است و به عنوان یک نقطه ناپیوستگی (نه مجانب) باشد. این ریشه را به دست می‌آوریم.

$$ax^3 - bx^2 + 2 = ax^3 - bx + 2 \Rightarrow bx^2 - bx = 0 \Rightarrow bx \cdot (x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \text{ غ ق}$$

ریشه مخرج $x=1$

$$\xrightarrow{x=1} a - b + 2 = 0 \Rightarrow b = a + 2$$

$$f(x) = \frac{ax^3 - (a+2)x^2 + 2}{ax^3 - (a+2)x + 2} = \frac{ax^3 \cdot (x-1) - 2(x-1)(x+1)}{ax^3 \cdot (x-1) - 2(x-1)} = \frac{ax^3 - ax^2 - 2x^2 + 2}{ax^3 - ax - 2x + 2} = \frac{(x-1)(ax^2 - 2x - 2)}{(x-1)(ax^2 + ax - 2)}$$

در نتیجه عبارت $ax^2 + ax - 2$ باید ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\Delta=0 \rightarrow a^2 + 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -4 \Rightarrow b = -2 \end{cases} \text{ غ ق}$$

۱۰۰ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} = \frac{0}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

می‌دانیم $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x) \cdot (\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)} = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

۱۰۱ - گزینه ۱

$$A^{-1} + A = I \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } A} A(A^{-1} + A) = AI$$

$$\underbrace{AA^{-1}} + A^2 = A \rightarrow A^2 - A + I = 0$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } A+I} (A+I)(A^2 - A + I) = 0 \rightarrow A^3 + I^3 = 0 \rightarrow A^3 = -I$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان } 33} A^{99} = -I \xrightarrow{\times A^2} A^{101} = -A^2 = -A + I$$

۱۰۲ - گزینه ۲

$$A^2 = 3I \rightarrow A^2 - I = 2I$$

$$\rightarrow (A - I)(A + I) = 2I \rightarrow (A + I) \frac{(A - I)}{2} = I$$

$$(A + I)^{-1} = \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}I$$

$$A^2 - 3A - I = \bar{O} \rightarrow A^2 - I = 3A$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } \frac{1}{3}A^{-1}} \frac{1}{3}A^{-1}(A^2 - I) = \underbrace{\frac{1}{3}A^{-1} \times 3A}_I$$

$$\rightarrow \frac{1}{3}A^{-1}(A - I)(A + I) = I \rightarrow (I - A)^{-1} = -\frac{1}{3}A^{-1}(A + I)$$

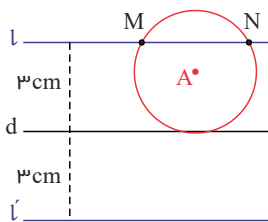
$$\rightarrow (I - A)^{-1} = -\frac{1}{3}(I + A^{-1})$$

۱۰۴ - گزینه ۴ مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی متر هستند. دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۲ سانتی متر می‌باشد. مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط موازی d و به فاصله ۳ سانتی متر در دو طرف آن می‌باشند. (ℓ, ℓ) نقاط تلاقی دایره با خط‌های ℓ و ℓ' جواب مسئله است.

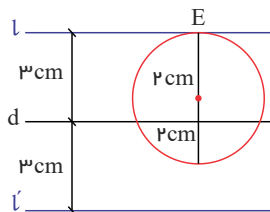
بحث در وجود جواب

۱ - اگر دایره یکی از دو خط مثلاً ℓ را قطع کند مسئله دو جواب دارد (نقاط M و N).

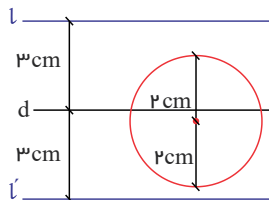
دقت کنید که دایره نمی‌تواند هم‌زمان دو خط ℓ و ℓ' را قطع کند زیرا فاصله دو خط ۶ سانتی متر است در حالی که قطر دایره ۴ سانتی متر می‌باشد.



۲ - اگر دایره بر یکی از دو خط ℓ یا ℓ' مماس شود مسأله یک جواب دارد (نقطه E).



۳ - اگر دایره خط‌های ℓ و ℓ' را قطع نکند مسئله جواب ندارد.

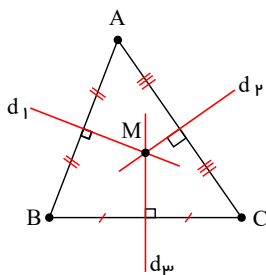


۱۰۵ - گزینه ۱ مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله هستند. عمودمنصف پاره خط AB می‌باشد (خط d_1) مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و C به یک فاصله هستند عمودمنصف پاره خط AC می‌باشد. (خط d_2).

مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه B و C به یک فاصله هستند عمودمنصف پاره خط BC نمی‌باشد (خط d_3).

محل تقاطع خط‌های d_1 و d_2 (نقطه M) جواب مسئله است و با توجه به شرایط سوال یک جواب داریم.

توجه: اگر سه نقطه A ، B و C بر یک خط واقع باشد آن‌گاه مسئله جوابی ندارد.

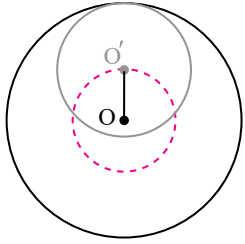


۱۰۶ - گزینه ۳ طبق فرض داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} A = B = \begin{bmatrix} x & x \\ 4 & x \end{bmatrix} &\Rightarrow |AB| = |A^2| = |A|^2 \geq 0 \Rightarrow |A|^2 > 0 \Rightarrow x^2 - 4x > 0 \\ A \neq B &\Rightarrow |A| = |B| \neq 0 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow x(x - 4) > 0 \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 4 \end{cases} \Rightarrow x = (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$$

فرض کنید یکی از آن دایره‌ها، دایره $(O', 4)$ باشد. می‌دانیم اندازه خط‌المركزین دو دایره مماس داخل برابر با تفاضل دو شعاع یعنی $4 - 7$ است.



بنابراین: $OO' = 3$ و چون O نقطه ثابتی است در نتیجه مکان هندسی O' دایره‌ای به مرکز O و به شعاع ۳ است. پس مساحت آن برابر با 9π است.

۱۰۸ - گزینه ۴ هر صفحه که شامل محور سطح مخروطی باشد، آن را در دو خط متقاطع قطع می‌کند. رأس سطح مخروطی، نقطه تقاطع آن دو خط است.

۱۰۹ - گزینه ۳ نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف AB با خط d جواب این سؤال است.

- اگر عمودمنصف AB خط d را در یک نقطه قطع کند این مکان یک جواب دارد.

- اگر عمودمنصف AB موازی d باشد این مکان جواب ندارد.

- اگر عمودمنصف AB منطبق بر d باشد این مکان بیشمار جواب دارد.

بنابراین مکان موردنظر قطر ۲ عضوی نمی‌تواند باشد. پس گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۱۰ - گزینه ۱ اگر A معکوس‌پذیر و B مربعی و هم‌مرتبه با A باشد، رابطه $A^{-1}BA^T = A^{-1}B^T A$ همواره برقرار است، بنابراین:

$$\left[C^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} C \right]^T = C^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^T C = C^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \neq C^{-1} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} C$$

۱۱۱ - گزینه ۳

$$|I - AB| = |AA^{-1} - AB| = |A(A^{-1} - B)| = |A| \cdot |A^{-1} - B| = |A^{-1} - B| \cdot |A| = |(A^{-1} - B)A| = |A^{-1}A - BA| = |I - BA| = 2$$

۱۱۲ - گزینه ۲

$$|A| = -4x - 2x = -6x, \quad A = \begin{bmatrix} -x & x \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-6x} \begin{bmatrix} 4 & -x \\ -2 & -x \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3x} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3x} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \rightarrow 3A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{x} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$3A^{-1} = B \rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{2}{x} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & y \\ -1 & 2z \end{bmatrix} \rightarrow x = -\frac{2}{3}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x + y + z = -\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{-8 + 6 + 3}{12} = \frac{1}{12}$$

۱۱۳ - گزینه ۲

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4 \times 3 - (-2)(-3)} \times \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow 6A^{-1} + B = \frac{1}{6} \times \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 2a+1 \\ 5a-3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2a+4 \\ 5a-1 & 2 \end{bmatrix}$$

شرط آن که ماتریس بالا وارون‌پذیر نباشد آن است که دترمینان آن مساوی صفر باشد. بنابراین:

$$|6A^{-1} + B| = 0 \Rightarrow (2)(-2) - (2a+4)(5a-1) = 0 \Rightarrow -4 - (10a^2 - 2a + 20a - 4) = 0 \Rightarrow -10a^2 - 18a = 0 \Rightarrow 5a^2 + 9a = 0 \Rightarrow a(5a+9) = 0$$

$$\Rightarrow a = 0 \quad \text{یا} \quad a = -\frac{9}{5}$$

۱۱۴ - گزینه ۳

$$|2A^{-1}|A = 4I \Rightarrow 2^3 |A^{-1}|A = 4I \Rightarrow 2|A^{-1}|A = I \Rightarrow 2|A^{-1}|A| = |I| \Rightarrow 2^3 |A^{-1}|^3 |A| = 1 \Rightarrow 2^3 \frac{1}{|A|^3} |A| = 1 \Rightarrow |A|^2 = 2^3 \Rightarrow |A| = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۱۱۵ - گزینه ۳ طرفین تساوی را در ماتریس A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$A^4 + A^3 + A^2 + A + I = \overline{0} \Rightarrow A^{-1}(A^4 + A^3 + A^2 + A + I) = A^{-1} \times \overline{0} \Rightarrow A^3 + A^2 + A + I + A^{-1} = \overline{0} \Rightarrow A^{-1} = -A^3 - A^2 - A - I$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$A^4 + A^3 + A^2 + A + I = 0 \Rightarrow A^4 = -A^3 - A^2 - A - I$$

بنابراین $A^{-1} = A^4$

۱۱۶ - گزینه ۲

$$C^{-1} = \frac{1}{8-1} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$AB = I \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-12+20} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1}B = C^{-1}A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{56} \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{56} \begin{bmatrix} 21 & 19 \\ -14 & -10 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌ها} = \frac{1}{56}(21 - 10 - 14 + 19) = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$$

۱۱۷ - گزینه ۴

$$(A^{-1})^{-1} = A \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 5 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{وارون}} A = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 & 13 \\ -38 & 31 \end{bmatrix}$$

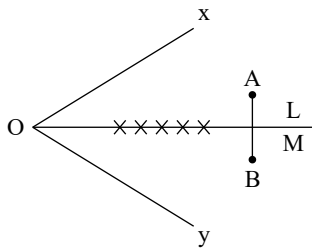
$$\text{مجموع درایه‌ها} = -16 + 13 - 38 + 31 = -10$$

۱۱۸ - گزینه ۳ مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع زاویه xOy به یک فاصله هستند نیمساز زاویه xOy می‌باشد (OM) . مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله هستند عمودمنصف پاره‌خط AB می‌باشد (L) . اشتراک این دو مکان هندسی جواب مسئله است که در حالت‌های زیر قابل بررسی است:

۳ - خط L, OM را قطع کند.

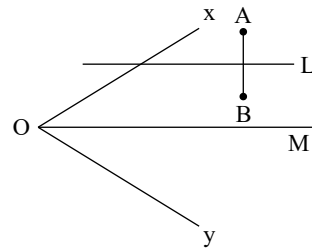
۲ - خط L بر OM منطبق باشد.

۱ - خط L موازی OM باشد

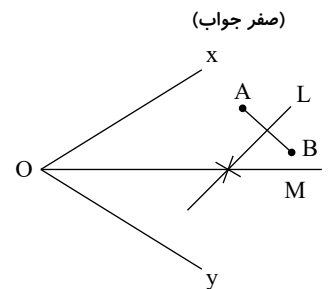


(یک جواب)

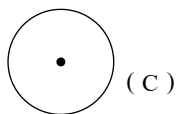
(بی‌شمار جواب)



(صفر جواب)



۱۱۹ - گزینه ۴ مکان هندسی نقاطی که از نقطه ثابت A به فاصله ثابت r هستند دایره‌ای به مرکز A و با شعاع r می‌باشد (C) . مکان هندسی نقاط که از دو خط موازی d_1 و d_2 به فاصله باشند خطی موازی در بین آن‌ها و به فاصله مساوی از هر کدام است (L) . اشتراک دایره (C) و خط L جواب مسأله است که در حالت‌های زیر قابل بررسی می‌باشد.

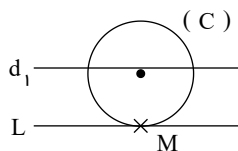


d_1 _____

L _____

d_2 _____

صفر جواب

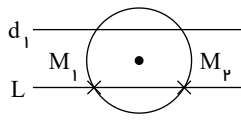


d_1 _____

L _____

d_2 _____

۱ جواب



d_1 _____

L _____

d_2 _____

۲ جواب

۱۲۰ - گزینه ۴

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B(A^T A) = 52I \xrightarrow{\times (A^T A)^{-1}} B(A^T A)(A^T A)^{-1} = 52(A^T A)^{-1}I \rightarrow B = 52(A^T A)^{-1} = 52 \begin{bmatrix} 14 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = 52 \times \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -8 & 28 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow B$ = ۲۸ = ماکزیمم مقدار درایه‌های ماتریس

$$13x \equiv 0$$

$$7x + 13y = 1 \Rightarrow 7x + \underbrace{13y}_{\equiv 1} \equiv 1 \Rightarrow 7x \equiv 0$$

$$\Rightarrow 7x \equiv 13$$

$$\stackrel{\div 7}{\Rightarrow} x \equiv 2 \Rightarrow x = 13k + 2$$

مضارب پیمانه را طوری به طرف دوم اضافه می کنیم که بر ۷ بخش پذیر شود.

اگر $k = 8$ باشد $x = 106$ است. پس جمع ارقام آن ۷ است.

قضیه فرما: $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ عدد اول p و $(a, p) = 1$

طبق قضیه فرما، اگر p عددی اول و $(a, p) = 1$ ، آنگاه $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ پس داریم:

$$(n, 7) = 1 \Rightarrow n^6 \equiv 1$$

$$n^{100} + 1 \equiv (n^6)^{16} \times n^4 + 1 \equiv A \Rightarrow \begin{cases} n = 7k \Rightarrow A \equiv 1 \\ n \neq 7k \Rightarrow A \equiv n^4 + 1 \equiv \begin{cases} 2 \\ 3 \\ 5 \end{cases} \end{cases}$$

$$19y \equiv 0, 500 \equiv 6$$

$$3x + \underbrace{19y}_{\equiv 0} \equiv 500 \Rightarrow 3x \equiv 6 \stackrel{\div 3}{\Rightarrow} x \equiv 2 \Rightarrow x = 19k + 2$$

$$3x + 19y = 500 \Rightarrow 3(19k + 2) + 19y = 500$$

$$3 \times 19k + 19y = 494 \stackrel{\div 19}{\Rightarrow} 3k + y = 26 \Rightarrow y = -3k + 26$$

$$\begin{cases} x = 19k + 2 \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{-1}{19} \Rightarrow k \geq 0 \quad (1) \\ y = -3k + 26 \geq 1 \Rightarrow 1 \Rightarrow 3k \leq 25 \Rightarrow k \leq \frac{25}{3} \Rightarrow k \leq 8 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow 0 \leq k \leq 8$$

پس ۹ دسته جواب طبیعی دارد.

$$6x \equiv 0, -13 \equiv -1$$

$$\underbrace{6x - 13y}_{\equiv 0} \equiv 5 \Rightarrow -y \equiv 5 \Rightarrow y \equiv -5 \Rightarrow y = 6k - 5$$

در معادله قرار می دهیم:

$$6x - 13(6k - 5) = 5 \Rightarrow 6x - 13 \times 6k + 65 = 5$$

$$6x = 13 \times 6k - 60 \stackrel{\div 6}{\Rightarrow} 13k - 10$$

$$0 < y < 30 \Rightarrow 0 < 6k - 5 < 30 \Rightarrow 5 < 6k < 35$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} < k < \frac{35}{6} \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$0 < x < 30 \Rightarrow 0 < 13k - 10 < 30 \Rightarrow \frac{10}{13} < k < \frac{40}{13} \Rightarrow k = 1, 2, 3$$

اشتراک می گیریم پس: $k = 1, 2, 3$

۱۲۵ - گزینه ۲ تذکر ۱: عددی بر ۹ بخشپذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخشپذیر باشد.

تذکر ۲: عددی بر ۱۱ بخشپذیر است که اگر ارقام آن را از سمت راست یکی در میان مثبت و منفی کنیم، حاصل بر ۱۱ بخشپذیر باشد.

$$1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9 \Rightarrow 1 \leq x + y \leq 18$$

$$\overline{xyyx} \equiv 99 \Rightarrow \begin{cases} \overline{xyyx} \equiv 11 \\ \overline{xyyx} \equiv 9 \end{cases}$$

$$\overline{xyyx} \equiv 11 \Rightarrow x - y + y - x \equiv 0 \Rightarrow x - y + y - x \equiv 0$$

$$\overline{xyyx} \equiv 9 \Rightarrow x + y + y + x \equiv 9 \Rightarrow 2(x + y) \equiv 9 \Rightarrow x + y \equiv 4.5 \Rightarrow x + y \equiv 9 \text{ یا } 0$$

$$x + y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{غیر قابل قبول است چون عدد حاصل باید چهار رقمی شود}$$

$$x + y = 9 \Rightarrow \begin{cases} x: 1 & 2 & \dots & 9 \\ y: 8 & 7 & \dots & 0 \end{cases}$$

کلاً ۹ حالت در اینجا داریم (x نمی تواند صفر شود چون عدد حاصل چهار رقمی نمی شود).

کلاً ۱۰ حالت ایجاد می شود.

$$x + y = 18 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 9 \end{cases} \text{ حالت ۱}$$

۱۲۶ - گزینه ۳

$$x^a + y^a/x^n + y^n; \left(\frac{n}{a} = \text{فرد}\right)$$

باید ۹ بر n بخش پذیر و $\frac{9}{n}$ باید فرد باشد.

$$n|9 \rightarrow n = 1, 3, 9$$

$$2^n + 1 | 2^9 + 1 \Rightarrow \frac{9}{n} = k \in \text{اعداد فرد} \Rightarrow n = 1, 3, 9$$

پس n مقدار مختلف دارد.

۱۲۷ - گزینه ۳

ابتدا رابطه بخش پذیری را به رابطه هم نهشتی تبدیل می کنیم:

$$43|7^n + 427^n + 42 \equiv 0 \Rightarrow 7^n \equiv -42 \equiv 1 \pmod{43};$$

$$7^2 \equiv 6 \Rightarrow 7^3 \equiv -1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 7^6 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } k} 7^k \equiv 1 \rightarrow n = 7^k$$

و این یعنی به ازای ۸ عدد $43|7^n + 427^n + 42$ ، عدد $n = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48$ بر ۴۳ بخش پذیر است.

۱۲۸ - گزینه ۴ می دانیم $m!$ برای مقادیر $m \geq 5$ مضرب ۱۰ می باشد. پس کافی است رقم یکان $m!$ برای کوچکتر از ۵ محاسبه شود. از طرفی $0! = 1$ ، $1! = 1$ است.

$$\sum_{m=1}^{100} (2m! + (m-1)!) = 2 \sum_{m=1}^{100} m! + \sum_{m=1}^{100} (m-1)! \quad m \geq 5 \Rightarrow m! \equiv 0$$

$$= 2(1! + 2! + 3! + 4!) + (0! + 1! + 2! + 3! + 4!)2(1 + 2 + 6 + 24) + (1 + 1 + 2 + 6 + 24)2(33) + 34 \equiv 2(3) + 4 \equiv 0$$

۱۲۹ - گزینه ۱

$$\begin{cases} a-b | 2a+b \\ a-b | 2(a-b) \end{cases} \Rightarrow a-b | 2a+b - (2a-2b) \Rightarrow a-b | 3b$$

$$\begin{cases} a-b | 2a+b \\ a-b | a-b \end{cases} \Rightarrow a-b | 3a$$

$$\begin{cases} a-b | 3a \\ a-b | 2a+b \end{cases} \Rightarrow a-b | 5a+b \quad \text{گزینه (۳)}$$

$$a-b | a-b \Rightarrow a-b | 3a-3b \quad \text{گزینه (۴)}$$

$$\begin{cases} a-b | 2(2a+b) \\ a-b | 3b \end{cases} \Rightarrow a-b | 4a+5b \quad \text{گزینه (۲)}$$

$$ac \equiv bc \xrightarrow{(c,m)=d} a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}} \quad \text{گزینه ۱ تذکر:}$$

گزینه ۲:

$$63x \equiv 294 \xrightarrow{(21,84)=21} 3x \equiv 14 \equiv 2 \rightarrow 3x \equiv 2$$

گزینه ۳:

$$3x \equiv 2 \equiv 2 + 4 \xrightarrow{(3,4)=1} x \equiv 2 \rightarrow 3x \equiv 6$$

گزینه ۴:

$$x \equiv 2 \rightarrow x^2 \equiv 4 \xrightarrow{2|16} x^2 \equiv 4$$

برای رد گزینه ۱ توجه کنید که به ازای $x = 2$ رابطه $3x \equiv 2$ برقرار است ولی رابطه $3x \equiv 7$ برقرار نیست.

۱۳۱ - گزینه ۳ درستی گزینه های (۱) و (۲) و (۳) و (۴) را ثابت می کنیم و برای گزینه (۳) مثال نقض می آوریم. چهار حالت برای a در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} a = 4k \rightarrow 4|a \\ a = 4k + 1 \rightarrow 4|a + 3 \\ a = 4k + 2 \rightarrow 4|a + 2 \\ a = 4k + 3 \rightarrow 4|a + 1 \end{cases} \quad \text{گزینه (۱)}$$

$$\begin{cases} a = 4k \rightarrow 4|a \\ a = 4k + 2 \rightarrow 4|a + 6 \\ a = 4k + 1 \vee a = 4k + 3 \rightarrow 4|(a+3)(a+1) = a^2 + 4a + 3 \end{cases} \rightarrow \text{گزینه (۲)}$$

$$\begin{cases} a = 4k \vee a = 4k + 2 \rightarrow 4|a(a+2) \rightarrow 4|a^2 + 2a \\ a = 4k + 1 \rightarrow 4|a + 3 \\ a = 4k + 3 \rightarrow 4|a + 1 \end{cases} \rightarrow \text{گزینه (۴)}$$

برای گزینه (۳) اگر a به فرم $4k + 3$ باشد، آنگاه گزاره درست نیست؛ مثلاً قرار دهید: $a = 3$

۱۳۲ - گزینه ۲ ابتدا صورت کلی جواب های معادله را می یابیم:

$$\begin{aligned} 15x + 6y = 21 &\xrightarrow{\div 3} 5x + 2y = 7 \rightarrow 5x \equiv 7 \pmod{2} \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 1 \pmod{2} \rightarrow x = 2k + 1 \\ 15(2k + 1) + 6y = 21 &\rightarrow 6y = 21 - 15 \times 2k - 15 \rightarrow y = 1 - 5k \\ \begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 1 - 5k \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

برای پیدا کردن جواب های معادله در بازه مورد نظر به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} -30 \leq x \leq 30 \rightarrow -30 \leq 2k + 1 \leq 30 \rightarrow -15 \leq k \leq 14 \\ -30 \leq y \leq 30 \rightarrow -30 \leq 1 - 5k \leq 30 \rightarrow -5 \leq k \leq 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک ۲ محدوده}} -5 \leq k \leq 6$$

بنابراین ۱۲ جواب در محدوده مورد نظر دارد.

۱۳۳ - گزینه ۳ عدد ۱۲۵ به صورت 5^3 تجزیه می شود اعدادی نسبت به ۱۲۵ اول هستند که بر ۵ بخش پذیر نباشند؛ در بین اعداد ۱ تا ۱۲۵، ۲۵ عدد به ۵ بخش پذیرند؛ بنابراین ۱۲۵ - ۲۵ = ۱۰۰ عدد نسبت به ۱۲۵ اول هستند.

۱۳۴ - گزینه ۱ می توان نوشت:

$$7x + 9y = 5 \rightarrow 9y \equiv 5 \pmod{7} \xrightarrow{9 \equiv 2} 2y \equiv 5 \pmod{7} \xrightarrow{(2,7)=1} y \equiv 6 \pmod{7}$$

بنابراین $y = 7k + 6$ در این صورت داریم:

$$7x + 9(7k + 6) = 5 \rightarrow 7x + 63k + 54 = 5 \rightarrow x = -9k - 7$$

پس صورت کلی جواب های معادله $7x + 9y = 5$ بصورت زیر است:

$$\begin{cases} x = -9k - 7 \\ y = 7k + 6 \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

برای محاسبه جواب های معادله در مجموعه اعداد صحیح و نامنفی به فرم زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow -9k - 7 \geq 0 \rightarrow k \leq -1 \\ y \geq 0 \rightarrow 7k + 6 \geq 0 \rightarrow k \geq 0 \end{cases}$$

چون این دو نامساوی هیچ اشتراکی با یکدیگر ندارند پس در مجموعه اعداد صحیح و نامنفی جواب نداریم.

۱۳۵ - گزینه ۳

$$\overline{ab4} \equiv 9ab \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 100a + 10b + 4 \equiv 900a + 10a + b \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 90a + 9b \equiv 896 \pmod{13} \Rightarrow 9ab \equiv 12 \pmod{13}$$

$$\xrightarrow{\div 9} 3ab \equiv 4 \pmod{13} \xrightarrow{\div 3} ab \equiv -3 \pmod{13} \xrightarrow{(3,13)=1} ab \equiv 10 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow (a, b) = (1, 0) \text{ یا } (2, 3) \text{ یا } (3, 6) \text{ یا } (4, 9) \text{ یا } (6, 2) \text{ یا } (7, 5) \text{ یا } (8, 8)$$

۱۳۶ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} 79 &= bq + 6, \quad b > 6 \\ 17 &= bq' + 8, \quad b > 8 \end{aligned} \right\} \rightarrow 62 = \underbrace{b(q - q')}_{q''} - 2 \Rightarrow 64 = bq'' \xrightarrow{b \geq 9} b = 16, 32, 64$$

به ازای هر کدام از مقادیر به دست آمده برای b ، عبارت های $bq + 6$ و $bq' + 8$ زوج هستند و نمی توانند برابر ۷۹ یا ۱۷ باشند، پس هیچ مقداری برای b وجود ندارد.

۱۳۷ - گزینه ۳ براساس قضیه تقسیم داریم:

$$a = 14q + r, \quad 0 \leq r < 14$$

همچنین با توجه به فرض سؤال $2q^3 > r$. پس خواهیم داشت:

$$q = 0 \Rightarrow r > 0 \Rightarrow r = 1, 2, 3, \dots, 13 \Rightarrow \text{حالت ۱۳}$$

$$q = 1 \Rightarrow r > 2 \Rightarrow r = 3, 4, \dots, 13 \Rightarrow \text{حالت ۱۱}$$

$$q = 2 \Rightarrow r > 16 \Rightarrow \text{مقداری برای } r \text{ وجود ندارد.}$$

بنابراین $11 + 11 = 22$ حالت برای عدد طبیعی a خواهیم داشت.

$$a = 21m + 8 = 7(3m) + (7 + 1) = 7(3m + 1) + 1 \Rightarrow a \equiv 1 \rightarrow a = 7q + 1$$

$$a = 33n + 29 = 11(3n) + (22 + 7) = 11(3n + 2) + 7 \Rightarrow a \equiv 7 \rightarrow a = 11p + 7$$

$$11p + 7 \equiv 1 \xrightarrow{\text{بر } 7 \text{ بخشپذیر است لذا حذف می‌کنیم}} 11p \equiv 4 \xrightarrow{\text{می‌توانیم بنویسیم } 11p \text{ را از } 7p \text{ جدا می‌کنیم}} 4p \equiv 1 \xrightarrow{\text{می‌توانیم بنویسیم}} 4p \equiv 8 \rightarrow p \equiv 2 \rightarrow p = 7k + 2$$

زیرا ۷ بر ۷۷ بخشپذیر است

حال این p را در رابطه $a = 11p + 7$ قرار می‌دهیم:

$$a = 11p + 7 = 11(7k + 2) + 7 = 77k + 22 + 7 = 77k + 29 \Rightarrow a \equiv 29$$

۱۳۹ - گزینه ۴ شرط اینکه معادله سیاله $ax + by = c$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد این است که $(a, b) | c$.

$$a \equiv -4 \rightarrow a = 12q - 4, \quad b \equiv 12 \rightarrow b = 12q' + 12$$

a و b را اینگونه می‌نویسیم:

$$a = 12q - 4 = 4(3q - 1), \quad b = 4(3q' + 3)$$

می‌بینیم a و b هر دو عامل ۴ را در خود دارند. پس ب.م.م a و b بر ۴ بخشپذیر است.

c بر ب.م.م a و b باید بخشپذیر باشد و چون ب.م.م a و b بر ۴ بخشپذیر است پس حتماً c بر ۴ بخشپذیر است. از بین گزینه‌ها تنها گزینه ۴ یعنی ۳۶ است که بر ۴ بخشپذیر است.

۱۴۰ - گزینه ۱

$$\text{الف) } \left. \begin{array}{l} a|b \rightarrow a^f | b^f \xrightarrow{\times 3} a^f | 3b^f \\ a|a \rightarrow a^f | a^f \xrightarrow{\times a} a^f | a^d \end{array} \right\} \xrightarrow{+} a^f | 3b^f + a^d$$

$$\text{ب) } \left. \begin{array}{l} a|b \xrightarrow{\times 8} a | 8b \\ a|a \xrightarrow{\times a} a | a^2 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} a | 8b - a^2$$

$$\text{ج) } \left. \begin{array}{l} a|b \xrightarrow{\times 3} a | 3b \\ a|a \end{array} \right\} \xrightarrow{-} a | 3b - a \rightarrow a^3 | (3b - a)^3$$

بنابراین هر سه عبارت همواره برقرار است.

۱۴۱ - گزینه ۳

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow 2m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} = \frac{(2m_B) v_A^2}{m_B (2v_A)^2} = \frac{2v_A^2}{4v_A^2} = \frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{m_B}{m_A}\right) \times \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{m_B}{2m_B}\right) \times 1 = \frac{1}{2}$$

۱۴۲ - گزینه ۲

اگر زمان سقوط گلوله در $\frac{1}{4}$ ابتدای مسیر t باشد زمان کل سقوط ۶ + t ثانیه خواهد بود.

$$\frac{\Delta y}{\Delta y_1} = \frac{\frac{1}{2} g(t+6)^2}{\frac{1}{2} g t^2} \Rightarrow \frac{h}{\frac{h}{4}} = \left(\frac{t+6}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{t+6}{t} = 2 \Rightarrow t = 6s$$

بنابراین زمان کل حرکت برابر $12s = 6 + 6$ می‌باشد.

۱۴۳ - گزینه ۱ ابتدا به کمک اطلاعات داده شده، مدت زمان حرکت جسم دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow \Delta y_1 - \Delta y_2 = \frac{1}{2} g (t_1^2 - t_2^2)$$

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{t_1 = 1.5s} 10 = 5(2.25 - t_2^2) \Rightarrow t_2 = 0.5s$$

بنابراین فاصله‌ی زمانی Δt برابر است با:

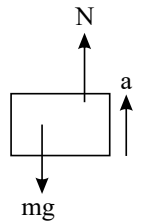
$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1.5 - 0.5 = 1s$$

۱۴۴ - گزینه ۲ چون سرعت یوبه پایین و حرکت کندشونده است نیرو و شتاب یوبه بالا است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{0.2} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ m/s}^2$$

$$F_N - mg = ma$$

$$F_N - 600 = 500 \times 0.2 \Rightarrow N = 700$$



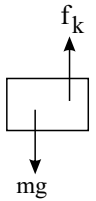
۱۴۵ - گزینه ۱

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{net} = \frac{6}{2} = 3 \text{ N}$$

$$mg - f_k = ma = F_{net}$$

$$0.5 \times 10 - f_k = 3$$

$$f_k = 5 - 3 = 2 \text{ N}$$

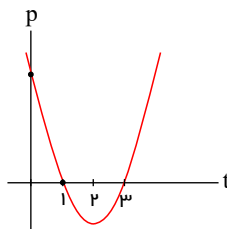


جهت نیروی برآیند رو به پایین است. بر این جسم ۲ نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود.

۱۴۶ - گزینه ۲ کافی است نمودار تکانهٔ زمان را رسم کنیم:

$$p = t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow (t - 3)(t - 1) = 0$$

$$t = 0, t = 3$$



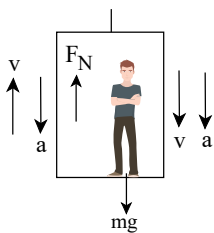
حرکت کندشونده $\Rightarrow$ اندازهٔ سرعت کم می‌شود $0 < t < 1$

حرکت تندشونده $\Rightarrow$ اندازهٔ سرعت زیاد می‌شود $1 < t < 3$

حرکت کندشونده $\Rightarrow$ اندازهٔ سرعت کم می‌شود $3 < t < 0$

۱۴۷ - گزینه ۱

اگر شخص احساس بی‌وزنی می‌کند باید نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر شود یا اگر جسمی فقط تحت تأثیر نیروی وزن قرار گیرد احساس بی‌وزنی می‌کند در این صورت یا آسانسور با شتاب کند شونده که شتاب آن g است بالا می‌رود و یا با شتاب g به صورت تند شونده پایین می‌آید.



$$N = mg' \xrightarrow[N=0]{\text{شرطی وزنی}} g' = 0 \Rightarrow g \pm (\pm a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g + (-a) = 0 \\ g - (+a) = 0 \end{cases}$$

۱۴۸ - گزینه ۱

$$F - f = 0 \Rightarrow F = f_k = 4 \text{ N}$$

$$f_k = 4 \Rightarrow \mu_k F_N = 4 \Rightarrow \mu_k mg = 4 \Rightarrow \mu_k \times 20 = 4 \Rightarrow \mu_k = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0.2$$

هنگامی که نیروی F قطع می‌شود جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک می‌ایستد.

$$-\mu F_N = ma \Rightarrow -\mu mg = ma \Rightarrow -\mu g = a \Rightarrow -\frac{1}{5} \times 10 = a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

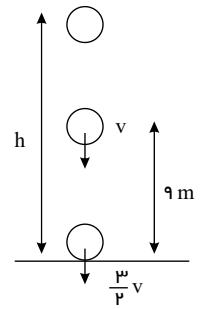
۱۴۹ - گزینه ۱

$$v = 54 \div 3.6 = 15$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(15)^2}{2 \times 2} = \frac{225}{4} \approx 56 \text{ m}$$

۱۵۰ - گزینه ۱



$$\left(\frac{3v}{2}\right)^2 - v^2 = 2 \times 10 \times 9 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s}$$

$$\left(\frac{3v}{2}\right)^2 - 0 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow \left(\frac{3 \times 12}{2}\right)^2 = 20h \Rightarrow h = 16.2 \text{ m}$$

۱۵۱ - گزینه ۴ چون فاصله زمانی بین رهاشدن دو گلوله t می باشد، لذا اختلاف زمانی بین گذشتن گلوله ها از هر نقطه مشخص همواره برابر t است. زیرا حرکت هر دو گلوله کاملاً یکسان و مشابه هم می باشد.

بنابراین $T = t$ از طرفی در هر لحظه، سرعت گلوله اول همواره از سرعت گلوله دوم بیشتر است، بنابراین گلوله اول همواره از گلوله دوم دور شده و در نتیجه فاصله آنها از یکدیگر افزایش می یابد. بنابراین: $H > h$

۱۵۲ - گزینه ۱ در راستای عمود بر سطح، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر اتومبیل وارد می شود و نیروی اصطکاک ایستایی به صورت افقی و عمود بر راستای حرکت است و مانع از لغزش اتومبیل می شود. داریم:

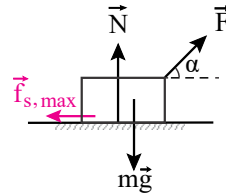
$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$(F_{net})_x = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow f_s = \frac{mv^2}{R} \xrightarrow{f_s \leq \mu_s F_N} \frac{mv^2}{R} \leq \mu_s mg \Rightarrow \mu_s \geq \frac{v^2}{Rg}$$

۱۵۳ - گزینه ۳ پله اول: می دانیم کمترین نیرویی که می تواند جسم ساکنی را در آستانه حرکت قرار دهد $F \cos \alpha = f_{s,max}$ خواهد بود. بنابراین باید $f_{s,max}$ را در این سؤال پیدا کنیم. با صفر قرار دادن برآیند نیروها در هر دو راستای افقی و قائم داریم:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F \cos \alpha = f_{s,max}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow mg = N + F \sin \alpha \Rightarrow N = mg - F \sin \alpha$$



پله دوم: حالا با استفاده از روابط به دست آمده در پله اول سعی می کنیم رابطه ای برای مقدار F بیابیم.

$$\left. \begin{aligned} F \cos \alpha &= f_{s,max} = \mu_s N \\ N &= mg - F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow F \cos \alpha = \mu_s (mg - F \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow F \cos \alpha = \mu_s mg - F \cdot \mu_s \sin \alpha \Rightarrow F \cos \alpha + F \cdot \mu_s \sin \alpha = \mu_s mg \Rightarrow F = \frac{\mu_s mg}{\cos \alpha + \mu_s \sin \alpha}$$

پله سوم: صورت عبارت F ثابت است ولی مخرج کسر با توجه به مقدار α متغیر است. برای اینکه این کسر کمینه شود باید زاویه ای را بیابیم که مخرج آن بیشینه باشد از ریاضیات می توانیم محدوده، تغییرات مخرج را تعیین کنیم:

$$-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin \alpha + b \cos \alpha \leq \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow \max(\mu_s \sin \alpha + \cos \alpha) = \sqrt{1 + (\mu_s)^2} \Rightarrow F_{min} = \frac{\mu_s mg}{\sqrt{1 + \mu_s^2}}$$

۱۵۴ - گزینه ۲ شیب نمودار همان شتاب سقوط است.

$$a = \text{شیب خط} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

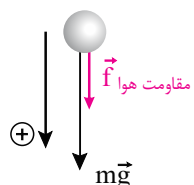
$$v = at = 10t$$

مسافت طی شده در ۳ ثانیه دوم یعنی از $t = 3$ تا $t = 6$ ثانیه:

$$\Delta x_{3-6} = \frac{v_3 + v_6}{2} \times \Delta t = \frac{3 \times 10 + 6 \times 10}{2} \times 3 = 135 \text{ m}$$

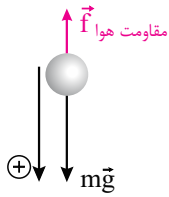
۱۵۵ - گزینه ۲ در ابتدا شتاب حرکت را هنگام بالا رفتن به دست می آوریم سپس با برعکس بررسی کردن حرکت (یعنی با همان شتاب از نقطه اوج تا پرتاب) زمان بالارفتن را می یابیم:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow mg + f_{\text{مقاومت هوا}} = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{mg + f_{\text{مقاومت هوا}}}{m} \Rightarrow a_1 = \frac{3 \times 10 + 6}{3} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$\Delta y = \frac{1}{2} a_1 t^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{\Delta y}{\frac{1}{2} a_1}}$$

حالا باید شتاب حرکت رو به پایین را بیابیم و مجدداً برای این قسمت از حرکت هم زمان را به دست می آوریم:



$$F_{net} = ma_p \Rightarrow mg - f_{\text{مقاومت هوا}} = ma_p \Rightarrow a_p = \frac{mg - f_{\text{مقاومت هوا}}}{m} \Rightarrow a_p = \frac{3 \times 10 - 6}{3} = \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} a_p t_p^2 \Rightarrow t_p = \sqrt{\frac{\Delta y}{\frac{1}{2} a_p}}$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{t_1}{t_p} = \frac{\sqrt{\frac{\Delta y}{\frac{1}{2} a_1}}}{\sqrt{\frac{\Delta y}{\frac{1}{2} a_p}}} = \sqrt{\frac{a_p}{a_1}}$$

۱۵۶ - گزینه ۲ تا قبل از حذف F:

$$\sum F = ma_1 \Rightarrow F - mg = ma_1 \Rightarrow 30 - 2.5 \times 10 = 2.5 a_1 \Rightarrow a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$$

پس از ۲ ثانیه:

$$v_1 = a_1 t + v_0 = 2 \times 2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4m$$

پس از حذف F:

$$\sum F = ma_p \Rightarrow -mg = ma_p \Rightarrow a_p = -10 \frac{m}{s^2}$$

با استفاده از رابطه مستقل از زمان تا نقطه اوج که سرعت صفر می شود، جابه جایی به دست می آید:

$$v^2 - v_1^2 = 2 a_p \Delta y$$

$$0 - 4^2 = 2 \times (-10) \Delta y \Rightarrow \Delta y = 0.8m$$

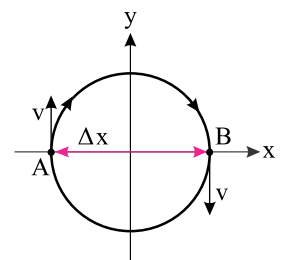
جابه جایی کل برابر است با:

$$\Delta y_{\text{کل}} = \Delta y_1 + \Delta y_p = 4 + 0.8 = 4.8m$$

۱۵۷ - گزینه ۲ سرعت متوسط در نصف دوره برابر است با:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2r}{T} = \frac{2r}{T}$$

$$\frac{\bar{v}}{v} = \frac{\bar{v}}{\frac{2\pi r}{T}} = \frac{\frac{2r}{T}}{\frac{2\pi r}{T}} = \frac{1}{\pi}$$



۱۵۸ - گزینه ۲

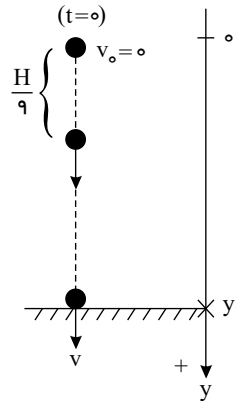
حالت اول

$$\begin{aligned} & \uparrow T_1 \\ & \uparrow a_1 = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_{net} = ma_1 \Rightarrow T_1 - 20 = 2 \times 2 = 4N \Rightarrow T_1 = 24N \\ & \downarrow mg = 20N \end{aligned}$$

حالت دوم

$$\begin{aligned} & \uparrow T_p = 2T_1 = 2 \times 24 = 48N \\ & \uparrow a_p \\ & \downarrow mg = 20N \end{aligned} \Rightarrow F_{net} = ma_p \Rightarrow 48 - 20 = 2a_p \Rightarrow 28 = 2a_p \Rightarrow a_p = 14 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \frac{a_p}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 4,9t^2 = \frac{H}{9} \Rightarrow H = 4,9 \times 9t^2 \quad (*) \\ (v_{av})_{0-t} = \frac{H}{t} = \frac{H}{9t} = 4,9 \end{cases} \Rightarrow \frac{4,9 \times 9t^2}{9t} = 4,9 \Rightarrow t = 1s \xrightarrow{(*)} H = 4,9 \times 9 \times 1^2 = 9 \times 4,9m$$



$$v^2 - 0^2 = 2gH = 2(9,8)(9 \times 4,9) = 4 \times 9 \times 4,9 \Rightarrow v = 2 \times 3 \times 4,9 \Rightarrow v = 29,4 \frac{m}{s}$$

در اینجا نیازی به ضرب $4,9 \times 6$ نبود. اگر $4,9$ ، 5 بود پاسخ 30 می شد که اکنون کمی کمتر است: $29,4$.

۱۶۰ - گزینه ۱ می دانیم که نیروی مرکز گرای حرکت ماهواره برابر نیروی وزن آن است:

$$mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = gr \Rightarrow v = \sqrt{gr}$$

نسبت شعاع گردش دو ماهواره را به دست می آوریم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \xrightarrow{v_A = v_B} 2 = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 4$$

با استفاده از رابطه $T = \frac{2\pi r}{v}$ ، نسبت دوره تناوب های دو ماهواره را نیز حساب می کنیم:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{r_A}{r_B} \times \frac{v_B}{v_A} \xrightarrow{\frac{r_A}{r_B} = 4, \frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{2}} \frac{T_A}{T_B} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

۱۶۱ - گزینه ۳ ابتدا برآیند نیروها در راستای قائم مشخص می کنیم و مشخص است که در هر دو حالت نیروی وزن برابر نیروی اصطکاک است.

حالت (۱) جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می گیرد.

$$\tan \alpha = \frac{f_{s \max}}{F_N} = \frac{\mu_s F_N}{F_N} = \mu_s \quad (1)$$

حالت دوم) جسم با تندی ثابت شروع به حرکت کند.

$$\tan \alpha' = \frac{f_k}{F_{N'}} \rightarrow \tan \alpha' = \frac{\mu_k F_{N'}}{F_{N'}} = \mu_k \quad (1)$$

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \alpha'} = \frac{\mu_s}{\mu_k}$$

بنابراین:

۱۶۲ - گزینه ۲ مساحت محصور بین نمودار نیرو و زمان بیانگر تغییرات تکانه جسم است.

$$S_{\text{فوزن}} = 20 \times \left(\frac{2 + 10}{2} \right) = 120 \rightarrow \Delta p = 120 kg \frac{m}{s}$$

$$|\vec{F}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} = \frac{120}{10} = 12N$$

۱۶۳ - گزینه ۲ حرکت جسم با سرعت ثابت است یعنی $a = 0$ و $f = f_k$ است.

$$F_e = f_k \Rightarrow k\Delta x = \mu_k F_N = \frac{\mu_k}{mg}$$

نیروی که سطح به جسم وارد می‌کند برآیند f_k و F_N است.

$$R^r = F_{N^r} + f_{k^r} \Rightarrow 25^r = (mg)^r + f_k^r$$

$$\Rightarrow 25^r = 25^r + f_k^r \Rightarrow f_k = 20N$$

$$\Rightarrow 50(l - 10) = 20 \Rightarrow l = 10.4cm \Rightarrow F_e = f_k \Rightarrow K(l - l_0) = f_k$$

۱۶۴ - گزینه ۳

وقتی نیروی افقی F در حالت دوم نسبت به حالت اول ۴۰ درصد کاهش می‌یابد، بدین معنی است که $F_2 = 0.6F$ است، بنابراین در دو حالت حرکت آسانسور داریم:

$$F_{N_1} = m(g + a) \quad \text{حرکت به سمت بالا}$$

$$F_{N_2} = m(g - a) \quad \text{حرکت به سمت پایین}$$

جسم در آستانه حرکت است، پس نیروی افقی F برابر نیروی اصطکاک در آستانه حرکت است، یعنی:

$$F_1 = \mu_s F_{N_1}, \quad F_2 = \mu_s F_{N_2}$$

نیروی F_2 ، ۴۰ درصد کمتر از F_1 است:

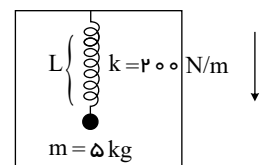
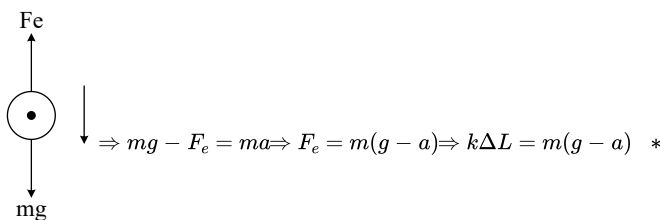
$$F_2 = 0.6F_1$$

$$\mu_s m(g - a) = 0.6\mu_s m(g + a)$$

$$\Rightarrow g - a = 0.6g + 0.6a$$

$$\Rightarrow 0.4g = 1.6a \Rightarrow a = \frac{g}{4} = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

۱۶۵ - گزینه ۲ نکته: هرگاه در حرکت شتابدار جسمی نوع شتاب مشخص نشده باشد، و نیز با در نظر گرفتن شرایط مسئله راهی برای تشخیص دقیق نوع حرکت وجود نداشته باشد، آن را تندشونده در نظر می‌گیریم. تغییر طول فنر را با ΔL نشان می‌دهیم. [دقت شود در $F_e = kx$ ، که در متن کتاب درسی به آن اشاره شده، x مقدار تغییر طول است یعنی $|\Delta L|$ ، گرچه در نوشتن $F_e = kx$ در فصل نوسان به صورت: $F_e = -kx$ ، x مکان انتهای فنر (مکان نوسانگر) روی مسیر نوسان است به طوری که مرکز تعادل (نوسان) $x = 0$ فرض شده باشد.



$$\text{حالت اول} \rightarrow \begin{cases} \Delta L_1 \\ k(L_1 - L_0) = m(g + 2) = 60 \Rightarrow \Delta L_1 = \frac{60}{200} = 30cm \quad (1) \\ a_1 > 0 \Rightarrow a_1 = +2 \end{cases}$$

$$\text{حالت دوم} \rightarrow \begin{cases} \Delta L_2 \\ k(L_2 - L_0) = m(g - 1) = 5 \times 9 = 45N \Rightarrow \Delta L_2 = \frac{45}{k} = \frac{45}{200} = \frac{22.5}{100}m = 22.5cm \quad (2) \\ a_2 < 0 \Rightarrow a_2 = -1 \end{cases}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \Delta L_1 - \Delta L_2 = 7.5cm \Rightarrow (L_1 - L_0) - (L_2 - L_0) = 7.5cm \Rightarrow L_1 - L_2 = 7.5cm$$

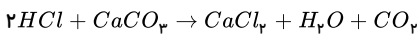
نکته: در دینامیک اگر جهت حرکت را همواره جهت $\oplus$ فرض کنیم (همواره: $v > 0$) بنابراین:

$$\begin{cases} if : \text{حرکت تندشونده} \Rightarrow a > 0 \quad (av > 0) \\ if : \text{حرکت کندشونده} \Rightarrow a < 0 \quad (av < 0) \end{cases}$$

۱۶۶ - گزینه ۱ چون اتانویک اسید از HCl ضعیف‌تر است، پس با مولاریته یکسان، $[H^+]$ در اولی از دومی کوچک‌تر است و در نتیجه میزان اسیدی بودن آن کمتر است، پس pH اولی بزرگ‌تر از pH دومی است.

$$C_{M HCl} = \frac{11,2 mL \times \frac{1 mol}{22400 mL}}{25 \times 10^{-3} L} = 0,02 mol \cdot L^{-1} \Rightarrow [H^+] = 0,02 \times 1 \times 1 = 2 \times 10^{-2}$$

$$pH = -\log 2 \times 10^{-2} = 2 - \log 2 = 1,7$$



روش اول:

$$1 mL HCl \times \frac{0,02 mol}{1 L HCl} \times \frac{1 mol CaCO_3}{2 mol HCl} \times \frac{100 g}{1 mol CaCO_3} = 1 mg$$

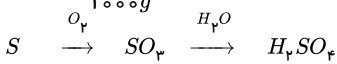
روش دوم:

$$\frac{1 mL \times 0,02 \frac{mol}{L} HCl}{2 mol} = \frac{x mg CaCO_3}{100 g} \Rightarrow x = 1 mg$$

۱۶۸ - گزینه ۱ جرم گوگرد را در ۱ kg سوخت پیدا می کنیم.

$$ppm = \frac{S_{جرم}}{جرم سوخت} \times 10^6$$

$$6400 = \frac{S_{جرم}}{1000 g} \times 10^6 \Rightarrow S_{جرم} = 6,4 g$$



$$\frac{6,4 g}{32} = \frac{x mol}{1} \quad x = 0,2 mol \Rightarrow C_m = \frac{0,2}{1000} = 2 \times 10^{-4} \frac{mol}{L}$$

$$[H^+] = 2 \times 10^{-4} \times 2 \times 1 = 4 \times 10^{-4} \Rightarrow pH = -\log 4 \times 10^{-4} = 4 - 2 \log 2 = 3,4$$

پس pH آب از ۷ به ۳٫۴ می رسد یعنی ۳٫۶ واحد کم می شود.

۱۶۹ - گزینه ۴ ابتدا، $[H^+]$ و سپس غلظت اسید حل شده را تعیین می کنیم:

$$pH = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} mol \cdot L^{-1} \Rightarrow \alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{اولیه}} \Rightarrow 0,1 = \frac{10^{-3}}{[HA]_{اولیه}} \Rightarrow [HA]_{اولیه} = 0,01 mol \cdot L^{-1}$$

حال K_a را محاسبه می کنیم:

$$K_a = \frac{\alpha^2 M}{1 - \alpha} = \frac{(0,1)^2 \times (0,01)}{1 - 0,1} \simeq 1,11 \times 10^{-4} mol \cdot L^{-1}$$

۱۷۰ - گزینه ۲ در واکنش فلزها با اسیدها اغلب گاز H_2 آزاد می شود. اگر دما و غلظت اسیدها یکسان باشد، سرعت واکنش به قدرت اسید بستگی دارد. سرعت واکنش دو قطعه مشابه آهنی در دو ظرف جداگانه که یکی دارای محلول یک مولار HBr دیگری دارای محلول یک مولار HCl (با حجم یکسان) باشد، به تقریب یکسان است زیرا هردو اسید قوی هستند و قدرت اسیدی تقریباً یکسانی دارند.

۱۷۱ - گزینه ۲ کلئیدها همانند سوسپانسیون ناهمگن بوده و نور را پخش می کنند و همانند محلول پایدار هستند.

۱۷۲ - گزینه ۲ عبارت های «آ»، «ب» و «پ» درست اند. بررسی عبارت ها:

(آ) در تهیه صابون های جامد، از سدیم هیدروکسید استفاده می شود. کاتیون موجود در نمک خوراکی ($NaCl$) نیز یون سدیم است.

(ب) فرمول شیمیایی صابون جامد به صورت $RCOONa$ و فرمول شیمیایی صابون های مایع به صورت $RCOOK$ و $RCOONH_4$ می باشد. در همه آن ها ۲ اتم اکسیژن در فرمول شیمیایی وجود دارد.

(پ) هر دو این مخلوط ها نور را پخش می کند.

(ت) در چربی ها بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد، ولی در الکل های کوچک، بخش قطبی بر بخش ناقطبی غالب است.

۱۷۳ - گزینه ۲ تمام محلول های داده شده اسیدی هستند و می توان گفت در محلولی که غلظت یون H^+ بیشتر است، شمار یون های موجود در محلول بیشتر بوده و رسانای الکتریکی آن محلول بیشتر است.

گزینه (۱) نیتریک اسید، یک اسید قوی تک پروتون دار است بنابراین $[NHO_3] = [H^+]$ است پس غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر 2×10^{-4} مولار می باشد.
گزینه (۲)

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{غلظت یون هیدرونیوم}}{\text{غلظت هیدروفلوئوریک اسید}} \times 100 \Rightarrow 2,4 = \frac{[H^+]}{0,05} \times 100$$

$$\Rightarrow [H^+] = 12 \times 10^{-4} mol \cdot L^{-1}$$

گزینه (۳) هیدروکلریک اسید یک اسید قوی تک پروتون دار است بنابراین $[HCl] = [H^+]$ پس غلظت H^+ (هیدرونیوم) در آن برابر 10^{-4} مولار می باشد.

گزینه (۴)

$$1 = \frac{[H^+]}{6 \times 10^{-4}} \Rightarrow [H^+] = 6 \times 10^{-4} mol \cdot L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]}$$

نمودارهای به شکل $y = \frac{a}{x}$ که در آن، a یک عدد ثابت و مثبت است، به شکل هموگرافیک و نزولی هستند.

$$HBr \{ pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} \frac{mol}{L} \quad 10^{-2} \frac{mol}{L} \times 0.4 L = 0.004 mol H^+$$

$$KOH \{ pH = 12.3 \Rightarrow pOH = 1.7 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1.7} = 2 \times 10^{-2} \frac{mol}{L}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-2} \frac{mol}{L} \times 0.1 L = 0.002 mol OH^-$$

تعداد مول H^+ بیشتر از تعداد مول OH^- است، پس تعداد مول H^+ باقی مانده عبارت است از:

$$H^+ \text{ باقی مانده} = 0.004 - 0.002 = 0.002 mol$$

$$[H^+] = \frac{0.002}{0.001 \times 10^{-2}} \frac{mol}{L} = 0.004 \rightarrow pH = 3 - \log 4 = 2.4$$

$$pH = 12.3 \Rightarrow pOH = 1.7 \Rightarrow [OH^-] = 2 \times 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.2 = \frac{n}{0.5} \Rightarrow n = 0.1 mol$$

$$?g NaOH = 0.1 mol NaOH \times \frac{40 g NaOH}{1 mol NaOH} = 4 g NaOH$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow ppm = \frac{0.4 g}{160 g} \times 10^6 = 2.5 \times 10^3$$

۱۷۷ - گزینه ۲ ابتدا غلظت مولار محلول‌ها را به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{n}{v} \Rightarrow M = \frac{0.4}{0.1} = 4 mol \cdot L^{-1}$$

اسید HA :

چون $[H^+]$ در برابر $[HA]$ در تعادل ناچیز است، می‌توان به جای غلظت تعادلی HA ، غلظت کل HA را قرار داد.

$$Ka = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{0.4} \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-3} \rightarrow pH = 4 - 0.6 = 3.4$$

اسید HB :

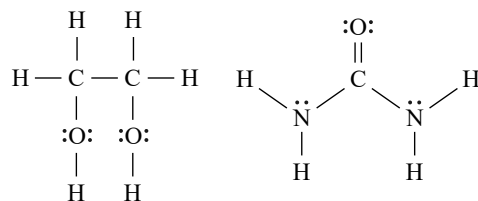
$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow [H^+] = 0.4 \times 0.4 = 0.16 \times 10^{-2} \Rightarrow [H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{0.16 \times 10^{-2}} = \frac{10^{-12}}{0.16} \Rightarrow \frac{pH_{\text{اسید } HA}}{pH_{\text{اسید } HB} [OH^-]}$$

$$= \frac{3.4}{\frac{10^{-12}}{0.16}} = 5.44 \times 10^{12}$$

۱۷۸ - گزینه ۳ اتیلن گلیکول به دلیل داشتن پیوند $O-H$ و اوره به دلیل داشتن پیوند $N-H$ می‌توانند با مولکول‌های خود و یا با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اتیلن گلیکول دارای دو گروه هیدروکسیل است و اوره چهار جفت الکترون ناپیوندی دارد.



گزینه ۲: روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_{57}H_{104}O_6$ دارای ۳ نوع عنصر است و وازلین با فرمول مولکولی $C_{25}H_{52}$ دارای ۲ نوع عنصر است و وازلین در دسته آلکان‌ها طبقه‌بندی می‌شود. فرمول عمومی آلکان‌ها C_nH_{2n+2} است.

گزینه ۴: وازلین و بنزین (C_8H_{18}) هر دو هیدروکربن هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها حدود صفر است.

۱۷۹ - گزینه ۳ ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را به دست می‌آوریم. می‌دانیم که حاصل $[H^+][OH^-]$ در دمای اتاق، برابر با مقدار ثابت 10^{-14} است. پس:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{6,25 \times 10^{-13}} = \frac{10^{-14}}{\frac{1}{16} \times 10^{-11}}$$

$$= 16 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با استفاده از رابطه زیر pH را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log(16 \times 10^{-3}) = 3 - \log 16$$

$$3 - 4 \log 2 = 3 - 4(0,3) = 3 - 1,2 = 1,8$$

از طرفی چون درجه یونش HA برابر ۱ است، یعنی به صورت کامل در آب یونیده می‌شود، پس غلظت یون H^+ و غلظت اولیه HA با هم برابر خواهد شد، یعنی غلظت اولیه HA برابر $16 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ است. پس:

$$HA \text{ های } 16 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{L} \times 2L = 32 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$HA \text{ جرم } = x = 32 \times 10^{-3} \text{ mol} \times \frac{200 \text{ g } HA}{1 \text{ mol } HA} = 6,4 \text{ g } HA$$

۱۸۰ - گزینه ۴ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: اسیدها را بر مبنای میزان یونشی که در آب دارند به دو دسته ضعیف و قوی تقسیم می‌کنند.

گزینه ۲: $\text{displaystyle } 48\%$ یون ناشی از یونش ۲۴ مولکول HF است، بنابراین درصد یونش آن برابر است با:

$$x = \frac{24}{100} \times 100 = 24\%$$

گزینه ۳: به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود، یونش می‌گویند.

گزینه ۴:

$$\% \alpha = \frac{\text{غلظت مولکول‌های یونیده شده}}{\text{غلظت کل مولکول‌های حل شده}} \times 100 = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{0,1} = 1,5\%$$

۱۸۱ - گزینه ۴

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-10} M$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-4} M$$

$$100 \text{ m}^3 \times \frac{10^{-3} \text{ Lit}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{10^{-4} \text{ mol } OH^-}{1 \text{ Lit}} \times \frac{1 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } OH^-} \times \frac{36,5 \text{ g } HCl}{1 \text{ mol } HCl} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{36,5 \text{ g } HCl} \times \frac{1 \text{ ml محلول}}{1,2 \text{ g محلول}} = 833 \text{ ml}$$

۱۸۲ - گزینه ۳ بررسی موارد:

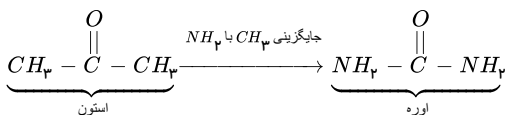
مورد الف) درست.

$$C_4H_8O_2 \quad \text{اتیلن گلیکول} \Rightarrow \frac{(2 \times 4) + (8 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 9 \quad \text{پیوند اشتراکی}$$

$$CON_2H_4 \quad \text{اوره} \Rightarrow \frac{4 + 2 + (2 \times 3) + (4 \times 1)}{2} = 8 \quad \text{پیوند اشتراکی}$$

تعداد اتم اکسیژن موجود در اوره = اختلاف شمار پیوندهای اشتراکی $9 - 8 = 1$

مورد ب) درست.



مورد پ) درست.

$$C_{25}H_{52} : \text{وازلین} \Rightarrow \frac{\text{تعداد } H}{\text{تعداد } C} = \frac{52}{25} = 2,08$$

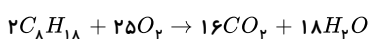
$$C_{57}H_{104}O_6 : \text{روغن زیتون} \Rightarrow \frac{\text{تعداد } H}{\text{تعداد } C} = \frac{104}{57} = 1,82$$

مورد ت) نادرست.

$$C_{25}H_{52} \Rightarrow 52 - 25 = 27$$

$$C_6H_{12}O_6 \Rightarrow 6 + 12 + 6 = 24$$

مورد ث) درست.



$$5,7 \text{ g } C_8H_{18} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{18}}{114 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{25 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_8H_{18}} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 20 \text{ g } O_2$$

۱۸۳ - گزینه ۲ بررسی موارد:

مورد الف) غلظت مولی محلول را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{7,3}{36,5} \text{mol} = 0,2$$

$$pH = -\log(\alpha \cdot M) = -\log(1 \times 0,2) = 1$$

HCl اسید قوی است و $\alpha = 1$ می‌باشد.



مورد ب) قبل از هر چیز، غلظت مولی محلول هیدروکلریک اسید را از روی مقدار pH محاسبه می‌کنیم.

$$HCl : pH = 0,7 \rightarrow M = 10^{-0,7} = 10^{-1} \times 10^{-0,3} = 0,2 \text{mol} \cdot L^{-1}$$

$$\underbrace{300 \times 1,25 \times \frac{5}{100} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{0,2}}_{\text{محلول سرد (g) NaOH گرم}} = 31,25 \text{اسید}$$

۱۸۴ - گزینه ۱ ابتدا مول هیدرونیوم را محاسبه می‌کنیم:

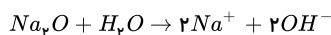
$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3}$$

$$\text{mol}H_3O^+ = 10^{-3} \times \frac{100 \text{mL}}{1000 \text{mL}} = 10^{-4} \text{mol}H_3O^+$$

برای خنثی شدن، تعداد مول OH^- با H_3O^+ باید برابر شود.

$$\text{mol}OH^- = \text{mol}H_3O^+ = 10^{-4}$$

طبق واکنش روبرو مقدار Na_2O محاسبه می‌شود:



$$xg Na_2O = 10^{-4} \text{mol}OH^- \times \frac{1 \text{mol}Na_2O}{2 \text{mol}OH^-} \times \frac{62g Na_2O}{1 \text{mol}Na_2O} = 3,1 \times 10^{-3}g = 3,1 \text{mg}$$

۱۸۵ - گزینه ۲ موارد «پ» و «ت» درست‌اند.

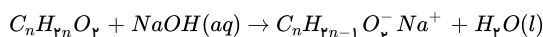
بررسی موارد نادرست:

مورد «آ»: وازلین یک هیدروکربن می‌باشد ($C_{25}H_{52}$) که مولکولی ناقطبی با گشتاور دوقطبی برابر صفر است، در صورتی که اوره یک مولکول قطبی با گشتاور دوقطبی بزرگتر از صفر است.

مورد «ب»: نیروهای بین مولکولی در وازلین از نوع وان‌دروالسی است و مولکول‌های آن توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ندارند.

مورد «ث»: صابون‌های جامد نمک‌های سدیم اسیدهای چرب هستند که از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری مانند روغن زیتون، نارگیل و پیه با سدیم هیدروکسید تهیه می‌شوند. درحالی‌که، صابون‌های مایع نمک پتاسیم با آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

۱۸۶ - گزینه ۲ اسیدهای چرب در اثر واکنش با سدیم هیدروکسید، صابون و آب تولید می‌کنند، بنابراین واکنش به صورت:



$$1200gNaOH \times \frac{1 \text{mol}NaOH}{40gNaOH} \times \frac{1 \text{mol} \text{صابون}}{1 \text{mol}NaOH} \times \frac{xg \text{صابون}}{1 \text{mol} \text{صابون}} = 8760g \Rightarrow x = 292$$

$$14n - 1 + 32 + 23 = 292 \Rightarrow n = 17 \rightarrow C_{17}H_{33}COO^- Na^+$$

جرم مولی صابون

۱۸۷ - گزینه ۲ مورد «پ»: واکنش کامل یک ضد اسید، معروف به جوش شیرین را به‌طور کامل بیان می‌کند.

مورد «ت»: می‌تواند واکنش خنثی شدن هنگام عملکرد یک ضد اسید با حذف یون‌های تماشاگر باشد.

(یون‌هایی مثل Na^+ و Cl^- که در دو سمت واکنش بدون تغییر وجود دارند را یون‌های تماشاگر می‌گویند).

۱۸۸ - گزینه ۳

$$PH_{HY} = -10g4 \times 10^{-3} = 2,7 \quad PH_{HX} = -10g7 \times 10^{-5} = 4,2 \quad pH = -10g[H^+] = 4,2$$

$\downarrow$ $\downarrow$
-۰,۸ +۰,۵

$$\frac{PH_{HY}}{PH_{HX}} = \frac{2,7}{4,2} = \frac{4}{7}$$

۱۸۹ - گزینه ۴ چون غلظت دو اسید متفاوت است (غلظت HA ، 100 برابر غلظت HB است.) و pH محلول‌ها برابر شده، پس غلظت یون هیدرونیوم دو محلول یکسان است. یعنی خاصیت

اسیدی برابر دارند (تأیید گزینه «۲») و میزان یونش HB بیش‌تر از HA بوده که با وجود غلظت کم‌تر توانسته یون هیدرونیوم برابری تولید کند (تأیید گزینه «۱»). پس قدرت اسیدی HB از

HA بیش‌تر است و هرچه قدرت اسیدی بیش‌تر باشد، در دمای ثابت K_a بزرگ‌تر خواهد بود (تأیید گزینه «۳») با توجه به آنکه pH دو محلول با هم برابر است، غلظت یون‌ها در دو محلول نیز با هم برابر بوده و در نتیجه رسانایی الکتریکی دو محلول با هم برابر است.

۱۹۰ - گزینه ۲ موارد دوم و چهارم نادرست‌اند.

مورد اول: درست است.

مورد دوم: آب سخت مقادیر چشمگیری از یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} را در بر دارد.

مورد سوم: فرمول شیمیایی اتیلن گلیکول $C_2H_6O_2$ و فرمول شیمیایی روغن ریتون $C_{27}H_{54}O_6$ است.

مورد چهارم: سوسپانسیون‌ها همانند کلئیدها نور را پخش می‌کنند.

۱۹۱ - گزینه ۲ بررسی موارد نادرست:

عبارت اول: صابون‌ها در آب سخت با کاتیون‌ها واکنش داده و به خوبی کف نمی‌کنند.

عبارت سوم: صابون مراغه فاقد افزودنی شیمیایی است.

۱۹۲ - گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} C_{15}H_{31}COONa : \text{پاک‌کننده صابونی ۱۶ کربنه} \\ C_{19}H_{39}COONa : \text{پاک‌کننده صابونی سیر نشده با ۱۹ اتم کربن در زنجیر هیدروکربنی} \end{array} \right\} \rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 54 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$35 = \text{تعداد هیدروژن} \rightarrow C_{15}H_{31}C_6H_5SO_3Na \rightarrow$ پاک‌کننده غیرصابونی ۲۱ کربنه

$$\frac{54}{35} \approx 1/55$$

۱۹۳ - گزینه ۲

$$2 = \alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-2}$$



$$\begin{array}{ccc} M & & \\ M - \alpha M & + \alpha M & + \alpha M \end{array}$$

$$K_a = \frac{\alpha^2 M}{1 - \alpha} = \frac{(2 \times 10^{-2})^2 M}{1 - 0.02} = \frac{4 \times 10^{-4} M}{1} = 1.84 \times 10^{-5}$$

تقریباً ۱ در نظر می‌گیریم

$$M = \frac{1.84 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-4}} = 0.46 \times 10^{-1} = 4.6 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

1000 mL	$4.6 \times 10^{-2} \text{ mol}$
100	$x = 1.84 \times 10^{-2} \text{ mol}$ اسید

$$?mL CH_3COOH = 1.84 \times 10^{-2} \text{ mol} \times \frac{60 \text{ g } CH_3COOH}{1 \text{ mol } CH_3COOH} \times \frac{1 \text{ mL}}{1.2 \text{ g}} = 0.92 \text{ mL}$$

$$0.92 \times \frac{100}{50} = 1.84 \text{ mL}$$

۱۹۴ - گزینه ۳ در باز بسیار قوی $\alpha = 1$ بوده بنابراین در HX ، $\alpha = 0.5$ می‌باشد.

$$[H^+] = M \cdot n \cdot \alpha = 0.5 \times 1 \times 1 = 0.5 \text{ mol/L}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(0.5) = -\log 5 \times 10^{-1} = 1 - 0.7 = 0.3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: با توجه به رابطه $K_a = \alpha^2 M$ و ثابت یون مقدار K_a در دمای معین، با افزایش غلظت اسید HA ، درجه یونش کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: به عنوان مثال غلظت یون OH^- در محلول با $pH = 1$ در محلول اسید HA ، با غلظت یون H^+ در محلول با $pH = 13$ برابر است.

گزینه ۴: pH محلول یک مولار HBr برابر صفر است؛ با توجه به آنکه pH محلول ۳ مولار اسید موردنظر، در محدوده صفر تا ۷ است، پس میزان یونش این اسید از HBr کمتر بوده و از آن ضعیف‌تر است.

۱۹۵ - گزینه ۴ همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

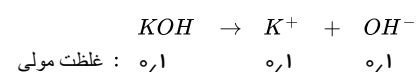
مورد اول: در ۲۵۰ میلی‌لیتر از محلول پتاسیم هیدروکسید، $1.4 \times 0.7 = 0.98 \text{ g}$ گرم KOH (معادل با ۰.۰۲۵ مول) وجود دارد. هر مول KOH ، یک مول HCl را خنثی می‌کند.

مورد دوم:

$$[OH^-] = [KOH] = \frac{0.7 \text{ g}}{56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0.0125 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = 10^{-13} \Rightarrow \frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{10^{-1}}{10^{-13}} = 10^{12}$$

مورد سوم:



$$[OH^-] = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1} \xrightarrow{0.05 \text{ L}} 0.05 \text{ mol}$$

مورد چهارم: با اضافه کردن ۱.۴ گرم پتاسیم هیدروکسید دیگر، جرم و مول KOH سه برابر شده و در نتیجه غلظت مولی محلول و OH^- هم سه خواهد شد.