پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ ضیاع و باغ و راغ (ضیاع: آب و زمین، ضیاء: نور، روشنایی)

۲ - گزینه ۴ مفهوم بیت سؤال: آگاهی از حقایق موجب سکوت است (رازداری عارفانه). گزینهٔ «۴» هم حکایت مجلسی است که در آن هرکه توان سخن گفتن دارد، سکوت می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: دل از طلب معشوق دست بردار نیست.

گزینهٔ «۲»: ترک همه چیز برای رسیدن به معشوق (عاشق در راه وصال، خودش را نیز از میان برمی‌دارد.)

گزینهٔ «۳»: وصال معشوق، وسیله و واسطه لازم ندارد.

۳ - گزینه ۱ «بردارم» و «برشمارم» در دو جمله آورده‌اند در پایان نیز ذکر شده‌اند؛ اما «کیش ـ خویش» و «ابلیس ـ تلبیس» هیچ کدام در پایان دو جمله نیامده‌اند.

۴ - گزینه ۳ نکته: «همه» صفت مبهم است.

نکته: واژهٔ «آن» در این جمله، بدون موصوف یا هسته آمده و خود جایگزین آن شده است و نقش مسند دارد.

۵ - گزینه ۴ در گزینهٔ «۴» واژهٔ «عمر» در نقش «مسند» به کار نرفته است و «نهاد» جمله است؛ زیرا فعل «شد» به معنی «رفت» است؛ پس «عمر» نهاد است.

۶ - گزینه ۳ شکل درست املایی: صبا به خوش‌خبری هدهد سلیمان است / که مژدهٔ طرب از گلشن سبا آورد

معنی صبا: نسیم، باد مشرق

معنی سبا: نام شهری که بلقیس پادشاه آن بود.

۷ - گزینه ۳ لازمهٔ رسیدن به معشوق و حقیقت، بی‌خبری از خویش و نیست بودن است که گزینهٔ ۳ هم به این موضوع اشاره دارد و لازمهٔ موجود بودن را فانی شدن و نیست بودن می‌داند.

۸ - گزینه ۴ در عبارت‌های «ج» و «د» غلط املایی وجود دارد. شکل صحیح کلماتی که نادرست نوشته شده‌اند:

عبارت «ج» : ثواب ← صواب

عبارت «د» : امارت ← عمارت

۹ - گزینه ۲ بنده گناه کرده است و خداوند شرمسار است که او را ببخشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: خداوند رزاق است.

گزینهٔ «۳»: لزوم توبه درگاه الهی

گزینهٔ «۴»: خداوند حافظ بندگان است.

۱۰ - گزینه ۴

سفاهت و بی‌خردی ـ فراغت و آسودگی.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: باسق و بلند

گزینهٔ «۲»: محجوب و مستور

گزینهٔ «۳»: محمل و کجاوه شتر

۱۱ - گزینه ۳ بیت اول: ناتوانی از شکر شایسته‌ی خدا

بیت دوم: شکر نعمت، نعمتت افزون کند.

بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: با حمایت تو از حوادث ترسی ندارم.

گزینه‌ی «۲»: تو (خداوند) هرگز قابل توصیف نیستی و حقیقت تو قابل درک و بیان نیست.

گزینه‌ی «۴»: تو غیر قابل توصیف هستی.

۱۲ - گزینه ۴ در این گزینه دو حذف فعل به قرینهٔ معنوی آمده است: حافظ منادا است و فعل آن به قرینهٔ معنوی حذف شده است. همچنین در مصراع دوم هم فعل «ای عاشق شیدایی»، (با تو هستم) محذوف است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: یک حذف به قرینهٔ لفظی: ظاهرت دژم [مباد] و باطنت نژند مباد.

گزینهٔ «۲»: دو حذف فعل به قرینهٔ لفظی: بلبل به نواسازی [آمد] و حافظ به غزل‌گویی [آمد].

گزینهٔ «۳»: یک حذف فعل به قرینهٔ معنوی «در ای دل» که حالت ندایی دارد.

۱۳ - گزینه ۲ مفهوم ابیات گزینه‌های «۱، ۳ و ۴»: مرگ پایان زندگی نیست و زندگی پس از مرگ در جریان است.

۱۴ - گزینه ۳ مفهوم بیت گزینهٔ «۳»، توصیه به فروتنی و افتادگی است.

مفهوم مشترک ابیات مرتبط: شاعر به قناعت و ساده‌زیستی افتخار می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: از فقر خود شکایتی ندارم؛ زیرا قناعت برای من ارزشمند است؛ پس قناعت می‌کنم.

گزینهٔ «۲»: به سرزمین قناعت بیا که عیش و خوشی زندگی در نقش بوریا (حصیر) وجود دارد. (قناعت دلپذیر است.)

گزینهٔ «۴»: قناعت‌پیشه بودن از کیمیاگری هم بالاتر است.

۱۵ - گزینه ۱ معنای عرفانی واژگان صورت سؤال در گزینهٔ «۱» آمده است.

۱۶ - گزینه ۳ در گزینهٔ «۳»، در انتهای جمله شناسهٔ «اند» در معنای هستند به قرینهٔ لفظی که در واژهٔ «اسیرند» آمده است، حذف شده و این حذف به قرینهٔ لفظی است، چون در لفظ یک بار آمده است. اما در گزینه‌های دیگر: در گزینهٔ ۱ بعد از «بِه» به معنای بهتر فعل به قرینهٔ معنوی حذف شده و در گزینهٔ ۲ اصلاً حذفی رخ نداده و در گزینهٔ «۴» نیز بعد از «بیش» و «بیشتر» که صفت تفضیلی هستند «است» به قرینهٔ معنوی حذف شده است چون از روی معنی تشخیص می‌دهیم که حذف رخ داده است.

نکته: بعد از صفات تفضیلی که «تر» دارند یا مخفف آن‌ها که «تر» ندارند مثل «به» و «بیش» فعل «است» همیشه به قرینهٔ معنوی حذف می‌شود.

۱۷ - گزینه ۲ آن‌گه: ترکیب وصفی است.

۱۸ - گزینه ۲ دو واژهٔ ثنا و منسوب با این املا صحیح است.

۱۹ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: کیمیای عشق: اضافی

گزینهٔ «۲»: ترکیب ندارد

گزینهٔ «۳»: یک دم: وصفی، غریق بحر: اضافی، بحر خدا: اضافی

گزینهٔ «۴»: خاک درگه: اضافی، درگه اهل: اضافی، اهل هنر: اضافی

۲۰ - گزینه ۴ بررسی براساس توالیِ آرایه‌های ذکرشده:

بیت «ج» جناس: «آهنگ» اول (قصد) ، «آهنگ» دوم (نغمه).

بیت «ب» حس‌آمیزی: سخن‌های لطیف.

بیت «هـ» ایهام: چنگ دو معنی دارد: ۱- قسمتی از دست است که در نواختن ساز استفاده می‌شود. ۲- نام سازی خوش‌آهنگ است.

بیت «د» اغراق: مبالغه در شدت اسب‌سواری سپاهیان دیده می‌شود.

بیت «الف» کنایه: «جان سپرکردن» کنایه از جان فدا کردن و «تیر از کمان گشودن» کنایه از پرتاب تیر.

۲۱ - گزینه ۱ «لا» در این عبارت «نفی» است ← آیا نمی‌دانی؟

۲۲ - گزینه ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: فعل «بَدَأَ» و همچنین ضمیر «نا» در أَصنامنا ترجمه نشده است.

گزینهٔ ۲: شروع کردند درست است، أَنَّ به معنی (که) می‌باشد و قطعاً ترجمه شده است.

گزینهٔ ۳: «أَنَّ» مسلماً و «یَقْصُدُ» می‌خواسته (قصد دارد) ترجمه شده است.

۲۳ - گزینه ۱ آلهة ← إله (معبود) ← أَصنام ← صَنم (بت) شَعائر ← شَعیرة ← (مراسم)

گزینهٔ ۲: فُؤوس ← فأس (داس) مُحسنین جمع مذکرّ سالم است ← مُحسِن (نیکوکاران)

گزینهٔ ۳: أقوام ←قَوم (گروه) أبیات ← بَیت (بیت شعری) إرضاء مصدر و مفرد است، راضی کردن.

گزینهٔ ۴: إجابات ← إجابة (پاسخ) جمع مؤنث سالم است. أَکتاف ← کتِف (شانه) أَصوات ← صَوت (صدا)

۲۴ - گزینه ۲ ترجمهٔ عبارت: «یکتاپرستانه به سوی دین روی آور و از مشرکان نباش.»

ترجمهٔ گزینهٔ درست: با یکتاپرستی / مشرکان

ترجمهٔ گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ ۱: ذاتی / مؤمنان

گزینهٔ ۳: با دشمنی / راستگویان

گزینهٔ ۴: دوستی / مشرکان

۲۵ - گزینه ۳ «الأَنبیاءَ» مفعول فعل «أرسَلَ» و «الصِّراط» مفعول فعل «لِیُبَیِّنوا» می‌باشد، «المُستقیمَ» صفت برای «الصِّراط» است.

ترجمهٔ عبارت: «خداوند پیامبران را به سوی آنان فرستاد تا راه راست را آشکار کنند»

۲۶ - گزینه ۴ ترجمهٔ گزینهٔ درست: مَفسدَة: مایهٔ تباهی

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: جِرم: پیکر؛ جمع آن «أجرام» است.

گزینهٔ «۲»: گوشت لَحم؛ جمع آن «لُحوم»

گزینهٔ «۳»: حَیاة: زندگی (أحیاء جمع کلمهٔ حَیّ به معنای زنده است.)

۲۷ - گزینه ۴ ترجمهٔ گزینهٔ «۴»: این شهری کوچک است، پس هیچ هتلی در آن نیست. «لا» قبل از اسم آمده است و وجود آن را نفی کامل کرده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مسئولیت را نمی‌توانند تحمل کنند چرا که آن‌ها کوچکند. لا نفی + فعل مضارع ← لا یَقْدِرْنَ

گزینهٔ «۲»: این نوع از لباس‌ها را دوست دارم نه آن انواع موجود که آنجاست. «لا» در این‌جا حرف عطف است که جمله را به جملهٔ قبل ارتباط می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: نباید به دیگران به‌طور کامل اعتماد کنید. «لا» نفی بر سر فعل مضارع آمده است و وجود «علیکم»، معنی نهی ایجاد کرده است.

۲۸ – گزینه ۴ در گزینهٔ «۴»، مفهوم و معنای تشبیه وجود ندارد و «إنّما» (إنَّ + ما) به معنی «فقط» است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: حرف «کَ» به معنای «مانند، مثل» است.

گزینهٔ «۲»: «کانَ» به معنای «گویی» و ادات تشبیه است.

گزینهٔ «۳»: «مثل» به معنای تشبیه است.

۲۹ – گزینه ۲ «لا» در گزینهٔ «۲» قبل از اسم آمده؛ بنابراین «لا» نفی جنس است. باید ایمان آوریم که عشق مادر هیچ حد و مرزی ندارد.

– «لا» در گزینهٔ «۱» «لا» النافیه است که بر سر فعل مضارع می‌آید و آن را منفی می‌کند. خدا به کسی جز به اندازهٔ توانش تکلیف نمی‌دهد.

– «لا» در گزینهٔ «۳»: بر سر فعل «تُخْزِنا» لا نهی و بر سر فعل «تُخْلِفُ» لا نافیه است.

و ما را در روز قیامت رسوا نگردان، زیرا تو از وعده، تخلف نمی‌کنی.

– «لا» در گزینهٔ «۴»: قبل از فعل مضارع آمده و آن را نفی کرده است و لا نافیه می‌باشد. شیر هر چقدر که گرسنه باشد، شکار دیگری را نمی‌خورد.

۳۰ – گزینه ۴ در وسط جمله باید از (أنَّ) ولی در اول جمله (أنّ) استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: چون با فعل آمده نمی‌تواند (إنّ) باشد، می‌بایست (إن)شرط می‌آمد.

گزینهٔ «۲»: اول جمله باید (إنَّ) می‌آمد.

گزینهٔ «۳»: چون وسط جمله است باید (إنّنا) می‌آمد.

۳۱ – گزینه ۲ با توجه به معنای (لکنَّ: اما، ولی ...) اصولاً باید کاری انجام شود و (لکن) در وسط جمله، عبارت جدیدی را با توجه به جملهٔ قبلی شروع کند؛ یعنی اگر اول جمله بیاید مفهوم روان و مناسبی برای جمله ایجاد نمی‌شود. (نادرستی گزینه‌های ۱ و۳).

گزینهٔ (۴): چون با فعل آمده، نادرست است.

۳۲ – گزینه ۱ ترجمهٔ عبارت: گویی که پرتوهای خورشید، نخهایی از جنس طلا هستند.

ترجمهٔ سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: از خداوند طلب آمرزش کن، قطعاً خداوند بسیار توبه‌پذیر است.

گزینهٔ «۳»: ای کاش ثروتمندان مستمندان را درک کنند.

گزینهٔ «۴»: بی‌شک او از همه درخواست کمک کرد، شاید که او را کمک کنند.

۳۳ – گزینه ۲ اسم «لا» نفی جنس (ال – تنوین) نمی‌گیرد. (رد گزینهٔ ۱ و ۴)

«لا» نفی جنس باید معنای (هیچ ... نیست) بدهد، اما در گزینهٔ «۳»: معنای (نه) دارد و عطف است. (رد گزینهٔ ۳)

در گزینهٔ «۲»: اسم لا فعل نیست، بلکه اسم فاعل است (شاهِدَ) و صحیح می‌باشد.

۳۴ – گزینه ۴ (لا) نفی جنس با اسم نکره می‌آید و معنای (هیچ ... نیست) می‌دهد.

در گزینهٔ «۴»: (لا) با فعل آمده است و (لا) نفی محسوب می‌شود.

اما در سایر گزینه‌ها (لا) نفی جنس داریم.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هیچ شمشیری برنده‌تر از حق نیست.

گزینهٔ «۲»: هیچ شکی در آن کتاب نیست.

گزینهٔ «۳»: آن شب فهمیدم که هیچ ستاره‌ای در آسمان نیست!

گزینهٔ «۴»: دانش‌آموزان موفق هیچ‌گاه از اهدافشان غافل نمی‌شوند.

۳۵ – گزینه ۳ الّذین (کسانی که) یعلمون (می‌دانند) أنّ قیمتهم بأعمالهم الحسنة **(که ارزششان به کارهای نیک‌شان است)** و أیضاً **(و همچنین)** داءهم مِن أنفسهم **(دردشان از خودشان)** و دواءهم فی انفسهم **(و دارویشان در خودشان است)** یُعرفون بسیماهم **(با چهره‌هایشان شناخته می‌شوند)** و قلیلون بین الناس **(و بین مردم کم / اندک هستند).**

۳۶ – گزینه ۳ فقط در گزینهٔ «۳» هیچ حرف مشبّهٔ بالفعل نداریم، توجه کنید که (أن تلزم) یک فعل مضارع منصوب است و نمی‌تواند (أنّ) باشد چون بعد ازحروف مشبهٔ بالفعل همیشه اسم یا ضمیر می‌آید و هیچ‌گاه فعل قرار نمی‌گیرد.

در گزینهٔ «۱» (أنّ) در گزینهٔ «۲» (إنّ) و در گزینهٔ «۴» (لیت) حروف مشبّهٔ بالفعل هستند.

۳۷ – گزینه ۲ (مباراة) به معنای مسابقه صحیح است.

۳۸ – گزینه ۴ لاتسبّوا (دشنام ندهید) / الّذین یدعون من دون الله (کسانی را که به جای الله فرا می‌خوانند) / فیسبّوا الله (که الله را دشنام دهند.)

۳۹ – گزینه ۴ در این جمله نحنُ مبتداست و جمله فعلیه یَغْرِسُ ... خبر می‌باشد.

کلمهٔ الآخَرون فاعِل فعل لکَیْ یأکُلَ است و مرفوع به واو می‌باشد.

۴۰ – گزینه ۴ لای نفی جنس بر سر اسم می‌آید و اسم آن ال و تنوین نمی‌گیرد. در این گزینه «لا» حرف عطف می‌باشد.

ترجمهٔ گزینه: مردم در زندگیشان به دانایان احترام می‌گذارند، نه نادان‌ها.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: لا بر سر اسم آمده و لای نفی جنس است.

گزینهٔ «۲»: لا بر سر فعل مضارع می‌آید و به معنای امر منفی است و ناهیه (نهی) می‌باشد.

گزینهٔ «۳»: لا بر سر فعل مضارع آمده و معنی مضارع منفی می‌دهد (لا نافیه)

۴۱ - گزینه ۲ «درآمدنم بهر چه بود» و «چرایی زندگی» هر دو شناخت و برای و هدف زندگی اشاره دارند.

شناخت هدف زندگی: انسان می‌خواهد بداند «برای چه زندگی می‌کند» و با تکیه بر کدامین هدف می‌تواند با اطمینان خاطر زندگی‌اش را صرف آن نماید.

۴۲ - گزینه ۲ ✓ تداوم پیامبران در دعوت سبب شد تعالیم الهی جزو سبک زندگی و آداب و فرهنگ مردم شود و توجه داشتن به آسیب‌های جریان دعوت، همان تحریف تعلیمات پیامبران قبلی است.

۴۳ - گزینه ۱ آیهٔ «وَ جَعَلْنا مِنَ الْماءِ كُلَّ شَيْءٍ حَيٍّ» بیانگر این مفهوم است که آب مایهٔ حیات و اساس زندگی انسان است و آیهٔ شریفهٔ «لِنُحْيِيَ بِهِ بَلْدَةً مَيْتًا» بیانگر حیات زمین می‌باشد. با توجه به آیهٔ شریفهٔ «يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اسْتَجِيبُوا لِلَّهِ وَ لِلرَّسُولِ...» اجابت دعوت خدا و پیامبر، راه درست زندگی را به انسان نشان می‌دهد پس این آیه به کشف راه درست زندگی اشاره دارد.

۴۴ - گزینه ۱ لازمهٔ ماندگاری یک پیام تبلیغ دائمی و مستمر آن است. پیامبران الهی با ایمان و تلاش در طول زمان‌های مختلف دین الهی را تبلیغ کرده‌اند تا خداپرستی، عدالت‌خواهی و کرامت‌های اخلاقی میان انسان‌ها جاودان بماند و گسترش یابد و شرک و ظلم و رذائل اخلاقی از بین برود. این تداوم سبب شد تا تعالیم الهی جزء سبک زندگی و آداب و فرهنگ مردم شود و دشمنان نتوانند آن را به‌راحتی کنار بگذارند.

۴۵ - گزینه ۱ اگر هدف حقیقی خود را نشناسیم یا در شناخت آن دچار خطا شویم، عمر خود را از دست می‌دهیم.

امام سجاد (ع) در این‌باره دعا می‌کنند: «خدایا، ایام زندگانی مرا به آن چیزی اختصاص بده که مرا برای آن آفریده‌ای!»

۴۶ - گزینه ۳ خداوند با ارسال پیامبران راه بهانه‌جویی و هرگونه عذری را بسته است و حجت را بر بندگان تمام کرده است «رُسُلًا مُبَشِّرِينَ وَمُنْذِرِينَ لِئَلَّا يَكُونَ...»

۴۷ - گزینه ۱ ایمان نظری مقدم بر ایمان عملی است و اعتقاد به خدای یگانه و دوری از شرک بیانگر ایمان نظری است.

۴۸ - گزینه ۴ امروزه به جز قرآن کریم، هیچ کتاب آسمانی دیگری وجود ندارد که بتوان گفت محتوای آن به‌طور کامل از جانب خداست و انسان‌ها آن را کم و زیاد نکرده‌اند و با اطمینان خاطر بتوان از آن پیروی کرد (علت). بنابراین تنها دینی که می‌تواند مردم را به رستگاری دنیا و آخرت برساند، اسلام است (معلول).

اختیار کردن دینی جز اسلام، منجر به زیان در آخرت می‌شود که این موضوع در آیهٔ: «وَ مَن يَبتَغ غَيرَ الإسلامِ ديناً فَلَن يُقبَلَ مِنهُ وَ هُوَ فِي الآخِرَةِ مِنَ الخاسِرينَ»، ترسیم یافته است.

۴۹ - گزینه ۳ در اسلام دسته‌ای از قواعد و قوانین تنظیم‌کننده وجود دارد که به مقررات اسلامی خاصیت انطباق و تحرک داده است. این قواعد بر همه احکام و مقررات اسلامی تسلط دارند و مانند بازرسان عالی، احکام و مقررات را تحت نظر قرار می‌دهند. مطابق قاعده: (لاضرر ...) که از قوانین تنظیم‌کننده است، اگر روزهٔ واجب ماه رمضان، برای شخصی ضرر داشته باشد، بر او حرام می‌شود.

۵۰ - گزینه ۱ ابیات

«بر او ختم آمده پایان این راه — بر او نازل شده «ادعوا الی الله»

شده او پیش و دل‌ها جمله در پی — گرفته دست جان‌ها دامن وی»

بیانگر ختم نبوت است.

و قاعدهٔ «لاضرر و لاضرار فی الاسلام» بیانگر یکی از ویژگی‌های دین اسلام است که می‌تواند پاسخگوی نیازهای بشر در دوره‌های مختلف باشد و این نشان‌دهندهٔ پویایی و روزآمد بودن دین اسلام است.

۵۱ - گزینه ۱ خداوند در سورهٔ عصر می‌فرماید: «وَ العَصرِ اِنَّ الانسانَ لَفی خُسرٍ اِلاَّ الَّذينَ آمَنوا وَ عَمِلُوا الصّالِحاتِ وَ تَواصَوا بِالحَقِّ وَ تَواصَو بِالصَّبرِ» بنابراین، راه خروج از زیان از دست دادن عمر، ایمان به همراه عمل صالح و سفارش به حق و صبر می‌باشد.

۵۲ - گزینه ۳ در انتهای این آیه آمده است: «وَ هُوَ فِي الآخِرَةِ مِنَ الخَاسِرِين: و در آخرت از زیانکاران خواهند بود.»

۵۳ - گزینه ۳ بر اساس آیهٔ شریفهٔ : «يا أيُّها الَّذينَ آمَنُوا استَجيبوا لِلَّهِ وَ لِلرَّسُولِ اذا دَعاكُم لِمَا يُحييكُم» : « ای کسانی که ایمان آورده‌اید، دعوت خدا و پیامبر را بپذیرید؛ آنگاه که شما را به چیزی فرا می‌خواند که به شما زندگی حقیقی می‌بخشد». خداوند مخاطب دستور خود را مؤمنان قرار داده است و نتیجه اجرای آن، حیات‌بخشی به زندگی مؤمنان است.

۵۴ - گزینه ۱ مطابق با معنی آیات، خداوند به زمان سوگند خورده است (اشاره به ارزش وقت و امکان تلف شدن عمر) و همچنین در ادامهٔ آیه می‌فرماید: کسانی که ایمان آورده و عمل صالح انجام می‌دهند و همدیگر را به حق و صبر سفارش می‌کنند، زیانکار نیستند.

۵۵ - گزینه ۳ مطابق با این حدیث، مأموریت داده شده به پیامبران آن است که معارف و تعالیم الهی را به اندازهٔ سطح درک و عقل مردم بیان کنند.

۵۶ - گزینه ۳ به دست آوردن پاسخ نیازهای فردی و اجتماعی جوامع مختلف معلول دریافت و حفظ کامل‌ترین برنامهٔ زندگی بود و با توجه به اعلام ختم نبوت در زمان حضرت محمّد (ص)، در می‌یابیم که عوامل بی‌نیازی از پیامبر جدید فراهم بوده است.

۵۷ - گزینه ۲ تحریف تعلیمات پیامبران پیشین، علت ارسال رسولان متعدد است. یکی از دعوت‌های دین (محورهای ثابت انبیاء) دعوت به ایمان به عادلانه بودن هستی است.

۵۸ - گزینه ۳ به سبب ویژگی‌های مشترک انسان‌ها «فطرت»، خداوند یک برنامهٔ کلی به آن‌ها ارزانی داشته، تا آنان را به هدف مشترکی که خداوند در خلقتشان قرار داده است، برساند.

۵۹ - گزینه ۴ دین اسلام راه و روشی است که خداوند برای زندگی انسان‌ها برگزیده است. براساس آیات قرآن کریم، خداوند یک دین برای انسان‌ها فرستاده و به همهٔ پیامبران فرمان داده است تا همان دین را در میان مردم تبلیغ کنند و راه تفرقه در پیش نگیرند. در این برنامه از اهل ایمان خواسته می‌شود تا تلاش نماید در عرصهٔ عمل، احکام الهی را انجام دهد.

۶۰ - گزینه ۲ به سبب ویژگی‌ها و فطرت مشترک انسان‌ها، خداوند یک برنامهٔ کلی به انسان‌ها عطا کرده، تا آنان را به هدف مشترکی که در خلقتشان قرار داده است، برساند. به عبارت دیگر، ویژگی‌های فطری مشترک انسان‌ها عاملی بوده است که موجب شده تعلیمات و سفارش‌های خداوند برای تمامی پیامبران یکسان باشد. همان‌گونه که در آیهٔ ۱۳ سورهٔ شوری بیان شده است: «خداوند از دین همان را برایتان بیان کرد که نوح را بدان سفارش نمود. و آنچه را ما به تو (پیامبر خاتم) وحی کردیم و به ابراهیم و موسی و عیسی توصیه نمودیم، این بود که دین را به پا دارید و در آن تفرقه نکنید.»

۶۱ - گزینه ۱ کدام گزینه از نظر گرامری صحیح است؟

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲ : جمله مجهول است و باید از ساختار to be + p.p تبعیت کند، یعنی بدین گونه:

Many mistakes were made by all ..... .

گزینهٔ ۳: عبارت اول مثبت است و Tag Question آن باید به‌صورت منفی باشد:

We can help him, can't we?

گزینهٔ ۴: جمله مجهول است و باید از to be + p.p تبعیت کند. یعنی :

A beautiful smile was seen on her face.

۶۲ - گزینه ۳ یکی از بهترین مراکز پزشکی در سال ۱۳۴۷ توسط دکتر قریب و یکی از دوستان نزدیکش تأسیس شد.

توضیح: این جمله مجهول است و باید از ترکیب «قسمت سوم فعل + to be» استفاده شود؛ از طرفی، قسمت سوم فعل «found» به‌صورت «founded» است که نباید با قسمت سوم فعل «find» به‌معنای «پیدا کردن» که به‌صورت «found» است اشتباه گرفته شود.

۶۳ - گزینه ۲ هواپیما، که به‌وسیلهٔ خطوط هوایی سنگاپور اداره می‌شد، به‌وسیلهٔ یک خلبان باتجربه به پرواز درآمده بود.

بعد هر دو نقطه چین حرف اضافه by آمده است که از نشانه‌های مجهول بودن جمله است.

۶۴ - گزینه ۱ کوالاها و انسان‌ها تنها حیواناتی هستند که دارای اثر انگشت منحصربه‌فرد می‌باشند در واقع اثر انگشت کوالاها را نمی‌توان از اثر انگشت انسان‌ها تشخیص داد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: جایگزین کردن گزینهٔ ۳: اطلاع دادن گزینهٔ ۴: کشف کردن

۶۵ - گزینه ۴ هیچ‌کس موافق آن سؤال نبود ، این‌طور نیست؟

توضیح: با توجه به این‌که ضمیر مناسب برای nobody، they است و این‌که وجود آن، بار منفی به جمله می‌دهد، گزینهٔ ۴ صحیح است.

۶۶ - گزینه ۳ در این جزیره هیچ یک از برق و یا گاز وجود ندارد ، این‌طور نیست؟

توضیح: با توجه به منفی بودن neither و این‌که ضمیر مناسب برای اماکن there است، پاسخ صحیح گزینهٔ ۳ می‌باشد.

۶۷ - گزینه ۱ تیم فوتبال از یازده عضو تشکیل می شود.

نکته: جمله به زمان حال ساده و در حالت مجهولی قرار دارد(am/is/are + P.P). گزینه ۴ به دلیل تکرار of و همچنین ناگذرا بودن فعل consist (غیر قابل مجهول شدن) اشتباه است.

۶۸ - گزینه ۱ الف: بهترین بازیکن آن‌ها به شدت آسیب دید و نتوانست در مسابقهٔ آخر بازی کند.

ب: تعجبی ندارد که تیم به همین خاطر بازی را باخت.

۱) تعجبی ندارد که ۲) از یک بابت

۳) تمامش همین بود ۴) راستی

۶۹ - گزینه ۳ در تست فوق گزینه‌های «۱، ۲ و ۴» فعل‌های معلوم هستند و گزینهٔ «۳» فعل مجهول است. این تست مجهول است، زیرا:

۱) جمله با مفعول شروع شده است، یعنی Two of the rooms.

۲) وقتی جمله را معنی می‌کنید، مفهوم «شدن» در آن وجود دارد.

۳) فعل damage یک فعل گذرا (متعدی) است؛ ولی بعد از جای خالی، مفعول به‌کار نرفته است.

۷۰ - گزینه ۳ با توجه به معنای جمله، پاسخ مورد نظر باید به‌صورت مجهول به‌کار رود؛ یعنی فقط گزینه‌های «۳ و ۴».

با توجه به عبارت about ۵۰۰۰ years ago که زمان مشخصی را بیان می‌کند، گزینهٔ «۳» صحیح است.

ترجمه: اهرام مصر حدود ۵۰۰۰ سال قبل در مصر ساخته شدند.

۷۱ - گزینه ۴ بر اساس معنای جمله، پاسخ مورد نظر باید به‌صورت مجهول به‌کار رود؛ یعنی گزینهٔ «۲، ۳ و ۴». با توجه به مفهوم جمله، در جای خالی زمان گذشتهٔ ساده نیاز داریم و the planet mars سوم شخص مفرد است.

ترجمه: برای یک مدت طولانی، تصور می‌شد که زندگی روی سیارهٔ مریخ امکان‌پذیر بود.

۷۲ - گزینه ۲

تعداد زیادی گردشگر هر سال از مکان‌های تاریخی کشور ما دیدن می-کنند.

این جمله معلوم است چون هم فاعل دارد (**Many tourists**) و هم مفعول (**the historical sites**) و با توجه به قید زمان **every year** زمان آن حال ساده است، پس گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند. در ضمن چون فاعل جمله یعنی **Many tourists** جمع است گزینهٔ ۱ هم نادرست است.

۷۳ - گزینه ۲ هیچ شاهد آشکاری از این که فوتبال کجا و چه موقع اختراع شد وجود ندارد، اما بسیاری از مورخان موافقند که نوعی از بازی با توپ قرن‌ها قبل از این که بازی مدرن توسعه پیدا کند در انگلستان بازی می‌شد.

در این جمله football نمی‌تواند فعل invent (اختراع کردن) را انجام دهد یعنی فاعل جمله نیست، پس جمله مجهول است (یعنی فوتبال اختراع شد)، در نتیجه ساختار فعل آن باید شکلی از to be به همراه قسمت سوم فعل باشد.

۷۴ - گزینه ۱ دانشمندان در سرتاسر دنیا در حال کار کردن هستند تا درمانی را برای ایدز کشف کنند.

۱- کشف کردن ۲- گرفتن، مبتلا شدن ۳- نصب کردن ۴- فریاد زدن

۷۵ - گزینه ۴ ترجمهٔ جمله: شما جدی بودید یا شوخی می‌کردید وقتی گفتید می‌خواهید شغل فعلی‌تان را ترک کنید؟

۱) طبیعی ۲) جالب، سرگرم‌کننده ۳) هیجان زده ۴) جدی

۷۶ - گزینه ۱ ترجمهٔ جمله: من به وقت بیشتر نیاز دارم که برای امتحان مطالعه کنم. من واقعاً حس می‌کنم که وقت خیلی تنگ است.

ترجمه سایر گزینه‌ها:

۲) من وقت آزاد زیادی دارم.

۳) به من نعمتی عطا شده است.

۴) من روز قوق‌العاده‌ای دارم.

۷۷ - گزینه ۱ آن خانم جوان معلول از میلیون‌ها زنی که در سرتاسر دنیا با این چالش به طور موفقیت‌آمیزی مواجه شدند، قوت گرفت.

۱) قوت، قدرت

۲) عکس

۳) تصویر، تصور

۴) توصیه، پند

۷۸ - گزینه ۱ همهٔ این‌ها مشکلاتی را برای بیش‌تر شرکت‌های خارجی در بیرون از چین ایجاد خواهد کرد، اما نه برای آن‌هایی که به دنبال رشد در بازار چین هستند.

توضیح: با توجه به معنی، جملهٔ اول در تضاد با جملهٔ دوم است، پس باید از کلمهٔ ربط but همراه not استفاده کنیم. دقت کنید که وقتی از so استفاده می‌کنیم که جملهٔ دوم نتیجهٔ جملهٔ اول باشد و از and وقتی استفاده می‌کنیم که بخواهیم اطلاعات جدیدی را در همان راستا به جمله اضافه کنیم، پس گزینه‌های ۲ و ۴ نمی‌توانند پاسخ درست باشند.

۷۹ - گزینه ۴ سارا امیدوار است که زندگی حرفه‌ای او تا یک سال دیگر تقریباً به حالت عادی برگردد؛ دیگر هیچ بیمار کووید-۱۹ وجود نداشته باشد؛ دیگر هیچ ماسکی وجود نداشته باشد که باعث کندی ارتباط با مشتریانی شود که ممکن است سردرگم یا کم‌شنوا باشند.

۱) تنبل ۲) فقیر ۳) ضعیف ۴) سخت

توضیح: عبارت «hard of hearing» به‌معنی «کم‌شنوا» یک صفت است که در درس اول سال دوازدهم آمده است.

۸۰ - گزینه ۱ ترجمهٔ جمله: «گزارش تلویزیونی پاسخی مکتوب از سوی مؤسسهٔ بین المللی در برداشت که در آن [پاسخ]، گزارش گمراه کننده توصیف شده بود.»

۱) بیرون کشیدن، در بر داشتن ۲) در نظر گرفتن ۳) گمان کردن ۴) توصیه کردن

۸۱ - گزینه ۴

می‌دانیم: $\sin^۴ x + \cos^۴ x = ۱ - ۲\sin^۲ x \cos^۲ x = ۱ - \frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲x$

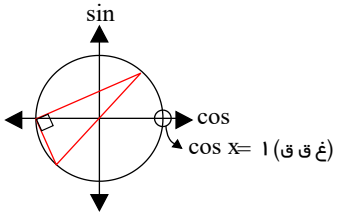
$$۱ - \frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲x = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \sin^۲ ۲x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin ۲x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

معادله‌ی $\sin ۲x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ چهار جواب دارد بنابراین معادله‌ی $\sin x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ در بازه $[۰, ۲\pi]$ دارای هشت جواب است.

۸۲ - گزینه ۳ با توجه به این که $\cos x \neq ۱$ (ریشه‌ی مخرج)، معادله‌ی مثلثاتی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin x \cos x}{۱ - \cos x} = ۱ + \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = ۱ - \cos^۲ x \Rightarrow \sin^۲ x - \sin x \cos x = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = \pi \\ \text{یا} \\ \sin x \neq ۰ \Rightarrow \cos x = \sin x \Rightarrow x = \frac{\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴} \end{cases}$$



همان طور که در دایره‌ی مثلثاتی مشاهده می‌کنید، نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله‌ی مفروض، رئوس یک مثلث قائم الزاویه هستند زیرا زاویه‌ی محاطی مقابل به قطر دارد.

۸۳ - گزینه ۲

$$x = ۶\alpha \Rightarrow \sin ۳\alpha + ۲\cos ۲\alpha = ۲ \Rightarrow ۳\sin\alpha - ۴\sin^۳\alpha + ۲(۱ - ۲\sin^۲\alpha) = ۲ \Rightarrow ۳\sin\alpha - ۴\sin^۳\alpha - ۴\sin^۲\alpha = ۰$$

$$\sin\alpha(-۴\sin^۲\alpha - ۴\sin\alpha + ۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = ۰ \Rightarrow \alpha = k\pi \Rightarrow \frac{x}{۶} = k\pi \Rightarrow x = ۶k\pi \Rightarrow ۰, ۶\pi \\ \sin\alpha = \frac{۴ \pm ۸}{-۸} \Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \frac{۱}{۲} \\ \sin\alpha = -\frac{۱۲}{۸} \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = ۱۲k\pi + \pi \Rightarrow \pi \\ \alpha = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = ۱۲k\pi + ۵\pi \Rightarrow ۵\pi \end{cases} \end{cases}$$

۸۴ - گزینه ۳

$$۶\cos x + ۸\sin x = ۵ \xrightarrow{\times\frac{۱}{۱۰}} \frac{۳}{۵}\cos x + \frac{۴}{۵}\sin x = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha\cos x + \sin\alpha\sin x = \cos\frac{\pi}{۳}$$

$$\cos(x - \alpha) = \cos\frac{\pi}{۳} \Rightarrow \begin{cases} x - \alpha = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳} + \alpha \\ x - \alpha = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۳} + \alpha \end{cases}$$

۸۵ - گزینه ۲ می‌دانیم: $\boxed{\sin ۲a = ۲\sin a \cos a}$

$$۲\tan x \cos^۲ x = ۱ \rightarrow ۲\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^۲ x = ۱ \rightarrow ۲\sin x \cos x = ۱$$

$$\rightarrow \sin ۲x = ۱ \xrightarrow[x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}]{\text{حالت خاص}} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$$

۸۶ - گزینه ۳

$$\lim_{x \to ۰^+} \frac{\sin ۲x}{\sqrt{۱ - \cos x}} = \lim_{x \to ۰^+} \frac{\sin ۲x}{\sqrt{۲\sin^۲(\frac{x}{۲})}} = \lim_{x \to ۰^+} \frac{\sin ۲x}{\left|\sin\frac{x}{۲}\right|\sqrt{۲}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{\sin 2x}{2x}\times 2x}{\left|\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\times\frac{x}{2}\right|\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0^+}\frac{2x}{\left|\frac{x}{2}\right|\sqrt{2}} = \lim_{x\to 0^+}\frac{2x}{\frac{x}{2}\times\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

۸۷ - گزینه ۱

نکته: $\sin u = \sin v \Rightarrow u = 2k\pi + v, x = 2k\pi + \pi - v$

نکته: $\sin 2x = 2\sin x\cos x$

طرفین معادلهٔ $\sin x + \cos x = 1$ را به توان ۲ می‌رسانیم، داریم:

$$(\sin x+\cos x)^2 = 1^2 \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1 \Rightarrow 1+\sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{[0,2\pi]} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

با توجه به این که برای حل معادله آن را به توان ۲ رسانده‌ایم، ممکن است ریشه اضافی وارد معادله شده باشد، به همین دلیل جواب‌ها را در معادله اولیه امتحان می‌کنیم.

$x = 0 \to \sin 0 + \cos 0 = 1 \Rightarrow 0 + 1 = 1$ صحیح

$x = \frac{\pi}{2} \to \sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2} = 1$

$\Rightarrow 1 + 0 = 1$ صحیح

$x = 2\pi \Rightarrow \sin 2\pi + \cos 2\pi = 1 \Rightarrow 1 = 1$ صحیح

$x = \pi \to \sin\pi + \cos\pi = 1 \Rightarrow -1 = 1$ غلط و

$x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin\frac{3\pi}{2} + \cos\frac{3\pi}{2} = 1$ و

$\Rightarrow -1 = 1$ غلط

در کل جواب‌های معادله عبارتند از: $x = 0, \frac{\pi}{2}, 2\pi$ یعنی معادله ۳ ریشه دارد.

۸۸ - گزینه ۲ با فرض $\cos x = t$ داریم:

$$2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} 2t^2 - t - 3 = 0 \Rightarrow (t+1)(2t-3) = 0$$

$$\Rightarrow t = -1 \ , \ t = \frac{3}{2}$$

$t = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{3}{2}$ غیر قابل قبول

$t = -1 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \ \ (k\in\mathbb{Z})$

۸۹ - گزینه ۳

$$\cos^2 x - 2\sin x + 2 = 0 \to 1 - \sin^2 x - 2\sin x + 2 = 0 \to \sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$$

$$\to (\sin x + 3)(\sin x - 1) = 0 \to \begin{cases} \sin x = -3 < -1 & \text{امکان ندارد.} \\ \sin x = 1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۹۰ - گزینه ۱ می‌دانیم:

$$\boxed{\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x - \frac{\pi}{4})}$$

$$\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4}) = 1 \Rightarrow \sin(x-\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\frac{\pi}{4}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -\frac{3\pi}{2} \ , \ \frac{\pi}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = -\pi \ , \ \pi$$

بنابراین معادله ۴ جواب دارد.

$$\{-\frac{3\pi}{2} \ , \ -\pi \ , \ \frac{\pi}{2} \ , \ \pi\}$$

۹۱ - گزینه ۱ عدد ۲− باید عضو بازهٔ $(2x-1, 3x+1)$ باشد. بنابراین باید داشته باشیم:

$$\left.\begin{array}{ll} 2x - 1 < -2 \Rightarrow x < -\frac{1}{2} & (1) \\ 3x + 1 > -2 \Rightarrow x > -1 & (2) \end{array}\right\} \xrightarrow{(1)\cap(2)} x \in (-1, -\frac{1}{2})$$

پس حداکثر مقدار $b - a$ برابر $\frac{1}{2}$ است.

۹۲ - گزینه ۳ لازم است $\cos x - \sin x \geq 0$ و $\cos 2x \geq 0$ باشد. حال دو طرف را به توان دو می‌رسانیم $(\cos x - \sin x)^2 = 2\cos 2x$

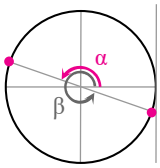
$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)^2 = 2(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$$

بنابراین یکی از حالات زیر رخ می‌دهد:

$$(1)\ \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \cos x = \sin x \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \ , \ \frac{5\pi}{4}$$

$(۲)\ \cos x - \sin x = ۲(\cos x + \sin x) \Rightarrow -۳\sin x = \cos x \Rightarrow \tan x = -\frac{۱}{۳}$

معادلهٔ دوم هم در بازهٔ $[۰\ ,\ ۲\pi)$ دو ریشهٔ α و β (متمایز با $\frac{\pi}{۴}$ و $\frac{۵\pi}{۴}$) دارد. α در شرط اولیهٔ معادله صدق نمی‌کند ولی β صدق می‌کند؛ پس معادله در بازهٔ $[۰\ ,\ ۲\pi)$ مجموعاً سه ریشه دارد: $\frac{\pi}{۴}$ و $\frac{۵\pi}{۴}$ و β.



۹۳ - گزینه ۱ راه اول:

می‌دانیم:

$$\boxed{\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta}$$
$$\boxed{\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta}$$

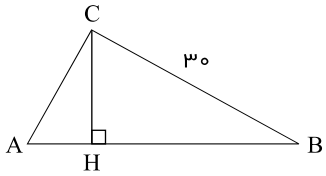
$$\sin(x + \frac{\pi}{۶}) + \cos(x + \frac{\pi}{۳}) = \cos ۲x \to \sin x \cdot (\frac{\sqrt{۳}}{۲}) + \cos x \cdot (\frac{۱}{۲}) + \cos x \cdot (\frac{۱}{۲}) - \sin x \cdot (\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \cos\cos x = \cos ۲x \to ۲x = ۲k\pi \pm x$$

$$\to \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + x \to x = ۲k\pi \\ ۲x = ۲k\pi - x \to x = \frac{۲k\pi}{۳} \end{cases}$$

راه دوم: این تست با عددگذاری حل می‌شود. $x = ۰$ در معادله صدق می‌کند $(\sin\frac{\pi}{۶} + \cos\frac{\pi}{۳} = \cos ۰)$ بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند. $x = \frac{\pi}{۳}$ در معادله صدق نمی‌کند $(\sin\frac{\pi}{۲} + \cos\frac{۲\pi}{۳} \neq \cos\frac{۲\pi}{۳})$ بنابراین گزینهٔ دوم نیز حذف می‌شود و جواب گزینهٔ اول یعنی $x = \frac{۲k\pi}{۳}$ است.

۹۴ - گزینه ۴

$$\sin B = \frac{CH}{۳۰} = ۰/۶ \Rightarrow CH = ۱۸$$
$$BH = \sqrt{۳۰^۲ - ۱۸^۲} = ۶\sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۲۴$$
$$AH = CH\cot A = ۱۸ \times \frac{۲}{۳} = ۱۲ \Rightarrow AB = ۲۴ + ۱۲ = ۳۶$$



۹۵ - گزینه ۱ شرط لازم برای وجود حد در یک نقطه، این است که تابع در همسایگی محذوف آن نقطه تعریف شده باشد. (یعنی لازم نیست که تابع در خود آن نقطه تعریف شده باشد) بنابراین برای این‌که شرط لازم برای وجود حد در نقطهٔ $x = ۰$ را داشته باشیم، باید تابع در همسایگی نقطهٔ $x = ۰$ تعریف شده باشد. هیچ‌یک از توابع داده شده، شرط لازم برای وجود حد در نقطهٔ $x = ۰$ را ندارند زیرا تابع $f(x) = \sqrt{x}$ و تابع $f(x) = \sqrt{\sin x}$، سمت چپ نقطهٔ $x = ۰$ تعریف نشده‌اند (زیرا زیر رادیکال منفی می‌شود) همچنین تابع $f(x) = \sqrt{x^۲ - x - ۶}$ که می‌توان آن را به صورت $f(x) = \sqrt{(x-۳)(x+۲)}$ نوشت در هر دو طرف $x = ۰$ تعریف نشده است زیرا دامنهٔ این تابع به صورت $D_f = (-\infty, -۲] \cup [۳, +\infty)$ است. تابع $f(x) = \frac{۱}{[x]}$ نیز، سمت راست نقطهٔ $x = ۰$ تعریف نشده است، زیرا مخرج دقیقاً برابر صفر می‌شود.

دامنهٔ تابع f، به این صورت به‌دست آمده است.

$$(x-۳)(x+۲) \geq ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x \leq -۲ \text{ یا } x \geq ۳$$

۹۶ - گزینه ۲ هریک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف)

$$\text{(الف)}\quad \begin{matrix} \lim\limits_{x\to ۰^+} \sqrt{x} = ۰ \\ \lim\limits_{x\to ۰^-} \sqrt{x} = \text{وجود ندارد.} \end{matrix} \Rightarrow \lim_{x\to ۰^+} \sqrt{x} = \text{وجود ندارد.}$$

در این تابع $f(۰) = ۰$ است.

$$\text{(ب)}\quad \begin{matrix} \lim\limits_{x\to ۰^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^+} x = ۰ \\ \lim\limits_{x\to ۰^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^-} (-x) = ۰ \end{matrix} \Rightarrow \lim_{x\to ۰} f(x) = ۰$$

اما $f(۰)$ تعریف نشده است.

$$\text{(ج)}\quad \begin{matrix} \lim\limits_{x\to ۰^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^+} (x^۲ + ۲) = ۲ \\ \lim\limits_{x\to ۰^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^-} (-۲x - ۲) = -۲ \end{matrix} \Rightarrow \lim_{x\to ۰} f(x) = \text{وجود ندارد.}$$

در این تابع $f(۰) = -۲$ است.

د) $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{x}{x}=۱$, $\lim\limits_{x\to ۰^-}\frac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to ۰^-}-\frac{x}{x}=-۱$ $\Rightarrow \lim\limits_{x\to ۰}\frac{|x|}{x}=$ وجود ندارد.

در این تابع $f(۰)$ تعریف نشده است.

۹۷ - گزینه ۱ اگر $x\to ۲^+$ آن‌گاه $\frac{۴}{x}\to ۲^-$ و بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to ۲^+}(f(x)-f(\frac{۴}{x}))=\lim_{x\to ۲^+}f(x)-\lim_{x\to ۲^+}f(\frac{۴}{x})=\lim_{x\to ۲^+}f(x)-\lim_{x\to ۲^-}f(x)$$

توجه شود که در هر دو حالت $x\to ۲^+$ یا $x\to ۲^-$، حاصل حد عبارت $(x^۲-۲x)$ برابر صفر می‌شود و بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to ۲^+}f(x)=\lim_{x\to ۲^+}(x^۲-۲x)[۲x-x^۲]=\lim_{x\to ۲^+}(x^۲-۲x)[x(۲-x)]=۰\times[۲\times ۰^-]=۰\times[۰^-]=۰\times(-۱)=۰$$

$$\lim_{x\to ۲^-}f(x)\ \lim_{x\to ۲^-}(x^۲-۲x)[۲x-x^۲]=\lim_{x\to ۲^-}(x^۲-۲x)[x(۲-x)]=۰\times[۲\times ۰^+]=۰\times[۰^+]=۰\times ۰=۰$$

حاصل عبارت مطلوب $=۰-۰=۰$

۹۸ - گزینه ۳

$$\lim_{x\to ۰}f(x)=\lim_{x\to ۰}\frac{x^۲-۲x}{x^۳-۳x^۲+۲x}=\lim_{x\to ۰}\frac{x(x-۲)}{x(x^۲-۳x+۲)}=\lim_{x\to ۰}\frac{x(x-۲)}{x(x-۲)(x-۱)}=\lim_{x\to ۰}\frac{۱}{x-۱}=-۱$$

$$\lim_{x\to ۰}g(x)=\lim_{x\to ۰}\frac{x-[x^۴]}{(x+۱)^۲-(x+۱)^۳}=\lim_{x\to ۰}\frac{x-[۰^+]}{(x+۱)^۲(۱-(x+۱))}=\lim_{x\to ۰}\frac{x}{(x+۱)^۲(-x)}=\lim_{x\to ۰}\frac{-۱}{(x+۱)^۲}=-۱$$

توجه شود که اگر $x\to ۰$ آن‌گاه $x^۴\to ۰^+$ و بنابراین $[x^۴]=۰$

۹۹ - گزینه ۱

$$\cos^۲x-\frac{۱}{۲}\sin x=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\times ۲}۲\cos^۲x-\sin x=۱\to ۲(۱-\sin^۲x)-\sin x=۱\to ۲-۲\sin^۲x-\sin x=۱\to ۲\sin^۲x+\sin x-۱=۰$$

$$\to(۲\sin x-۱)(۲\sin x+۱)=۰$$

چون $\sin x\neq -۱$، پس $\sin x+۱\neq ۰$ و داریم:

$$۲\sin x-۱=۰\to\sin x=\frac{۱}{۲}=\sin\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} & (k\in\mathbb{Z})\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶} & (k\in\mathbb{Z})\end{cases}$$

۱۰۰ - گزینه ۲ چون $\cos ۲x=۱-۲sin^۲x$ پس:

$$۱-۲\sin^۲x+۲\sin x=۱\Rightarrow -۲\sin x(\sin x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}sinx=۰\to\pi\\ \sin x=۱\to\frac{\pi}{۲}\end{cases}$$ ریشه مضاعف $\Rightarrow$ مجموع جواب‌ها $=\pi+\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۲}=۲\pi$

۱۰۱ - گزینه ۳

ابتدا به کمک قوانین مثلثاتی باید A را ساده‌تر بنویسیم. طبق رابطه $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{۲}\sin(\alpha+\frac{\pi}{۴})$ داریم:

$$\sin ۲x+\cos ۲x=\sqrt{۲}\sin(۲x+\frac{\pi}{۴})$$

$$\frac{۵\pi}{۴}\le x\le\frac{۷\pi}{۴}\Rightarrow\frac{۵\pi}{۲}\le ۲x\le\frac{۷\pi}{۲}\Rightarrow\frac{۱۱\pi}{۴}\le ۲x+\frac{\pi}{۴}\le\frac{۱۵\pi}{۴}\Rightarrow ۳\pi-\frac{\pi}{۴}\le ۲x+\frac{\pi}{۴}\le ۴\pi-\frac{\pi}{۴}$$

طبق دایره مثلثاتی داریم:

$$\Rightarrow -۱\le\sin(۲x+\frac{\pi}{۴})\le\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow -\sqrt{۲}\le\sqrt{۲}\sin(۲x+\frac{\pi}{۴})\le ۱$$

$$\Rightarrow -\sqrt{۲}\le A\le ۱$$

۱۰۲ - گزینه ۴ ابتدا تابع $y=(fg)(x)$ را بدست می‌آوریم و سپس مشتق‌گیری می‌کنیم. لذا داریم:

$$y=(fg)(x)=(\tan x)(۱+\cos ۲x)=(\tan x)(۲\cos^۲x)=\frac{\sin x}{\cos x}\times ۲\cos^۲x=۲\sin x\cos x=\sin ۲x$$

از آن جا که در تابع به فرم $f(x)=\sin(ax+b)$ ، مشتق nام برابر $f^{(n)}(x)=a^n\sin(\frac{n\pi}{۲}+ax+b)$ می‌باشد، در نتیجه خواهیم داشت:

$$y=\sin ۲x \Rightarrow y^{(۵)}(x)=۲^۵ \sin(\frac{۵\pi}{۲}+۲x)=۲^۵ \sin(\frac{\pi}{۲}+۲x)=۲^۵ \cos ۲x$$
$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{۶}} y^{(۵)}(\frac{\pi}{۶})=۳۲ \cos \frac{\pi}{۳}=۳۲(\frac{۱}{۲})=۱۶$$

۱۰۳ - گزینه ۱ ابتدا gof را تشکیل می‌دهیم:

$$gof(x)=g(f(x))=g(\cos x)=\sin(\pi \cos x)$$

در نقطه ی تلاقی gof با محور x ها مقدار $(gof)(x)$ صفر می شود، پس داریم:

$$gof(x)=۰ \Rightarrow \sin(\pi \cos x)=۰ \Rightarrow \pi \cos x=k\pi$$
$$\xrightarrow[k\in Z]{-۱\le \cos x\le ۱} \cos x=k \quad ; \quad k=۰,۱,-۱$$

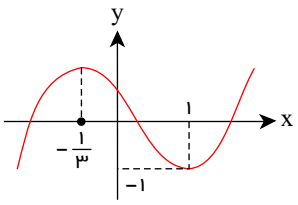
اگر $\cos x=۱$ یا -۱ باشد، آن گاه معادله در بازهٔ $(۰,\pi)$ جواب ندارد. اما اگر $\cos x=۰$ باشد، آن گاه در فاصلهٔ $(۰,\pi)$، جواب $x=\frac{\pi}{۲}$ می‌شود. پس نقطهٔ تلاقی $(\frac{\pi}{۲}\ ,\ ۰)$ است.

برای محاسبهٔ شیب خط مماس کافی است مشتق را در این نقطه محاسبه کنیم:

$$(gof)'(x)=(-\pi \sin x)\cos(\pi \cos x) \Rightarrow (gof)'(\frac{\pi}{۲})=-\pi \sin \frac{\pi}{۲}\cos(\pi \cos \frac{\pi}{۲})=-\pi(\cos(۰))=-\pi$$

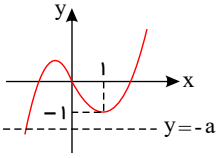
۱۰۴ - گزینه ۲

$$f'(x)=۳x^۲-۲x-۱=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ & \text{طول مینیمم نسبی} \\ x=-\frac{۱}{۳} & \text{طول ماکزیمم نسبی} \end{cases}$$



همانطور که دیده می‌شود $f(x)=x^۳-x^۲-x$ دارای ۳ ریشه است. نمودار $y=f(x)+a=x^۳-x^۲-x+|a|$ مشابه نمودار فوق است که به اندازه‌ی $|a|$ واحد به بالا یا پایین منتقل شده است. با انتقال به پایین مسلماً یک ریشه‌ی مثبت وجود خواهد داشت. پس باید انتقال به بالا انجام شود $(a>۰)$ که این انتقال هم باید به اندازه‌ای باشد که مینیمم تابع، بالاتر از محور xها قرار بگیرد یعنی باید $a>۱$، زیرا $f(۱)=-۱$ است و در نتیجه مینیمم تابع $f(x)=x^۳-x^۲-x$ به اندازه‌ی ۱ واحد زیر محور xها است پس باید بیش از ۱ واحد به بالا برود یعنی $a>۱$.

راه حل دوم: مطابق صورت سؤال، نتیجه می گیریم که خط $y=-a$ نمودار تابع درجه سوم $f(x)=x^۳-x^۲-x$ را فقط در یک نقطه قطع می کند و این نقطه طولش منفی بوده و سمت چپ محور yها قرار دارد (زیرا در صورت سؤال گفته فقط یک ریشه‌ی حقیقی منفی دارد). با توجه به نمودار تابع $f(x)=x^۳-x^۲-x$ شرط اینکه خط $y=-a$ نمودار را در یک نقطه قطع کند آن است که $-a<-۱ \rightarrow a>۱$



$$f(x)=x^۳-x^۲-x \rightarrow f'(x)=۳x^۲-۲x-۱=۰$$
$$\Delta=۴-۴(۳)(-۱)=۴+۱۲=۱۶ \rightarrow x=\frac{۲\pm ۴}{۶}=۰ \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=\frac{-۲}{۶}=\frac{-۱}{۳} \end{cases}$$

x		$\frac{-۱}{۳}$		۱	
y'	+	۰	−	۰	+
y	↗		↘		↗

۱۰۵ - گزینه ۲

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی $t_n=t_۱ \times r^{n-۱}$

$$\left.\begin{array}{l} t_۱=a \\ t_۳=\frac{a}{۳} \\ t_۳=t_۱r^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{۳}=a \times r^۲ \Rightarrow r^۲=\frac{۱}{۳} \Rightarrow r=\pm\sqrt{\frac{۱}{۳}} \xrightarrow{\text{همه‌ی جملات مثبت هستند}} r=\sqrt{\frac{۱}{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$
$$t_{۱۰}=t_۱r^۹=a \times \left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^۹=a \times \frac{۳^۴\sqrt{۳}}{۳^۹}=\frac{a\sqrt{۳}}{۳^۵}$$

۱۰۶ - گزینه ۴

$$([x]-\sqrt{۵})(۶-[x]) \ge ۰ \qquad [x]=t \Rightarrow (t-\sqrt{۵})(۶-t) \ge ۰$$
$$\sqrt{۵} \le t \le ۶ \Rightarrow \sqrt{۵} \le [x] \le ۶$$

t		$\sqrt{۵}$		۶	
p	−	○	+	○	−

باید اولین عدد صحیح بعد از $\sqrt{۵}$ را در نظر بگیریم.

$$\Rightarrow ۳ < [x] < ۶ \Rightarrow ۳ < x < ۷$$

۱۰۷ - گزینه ۲

توابع براکتی به ازای هر عددی که داخل براکت را صحیح می‌کند، ناپیوسته است مگر آنکه آن عدد Min داخل براکت یا ریشهٔ ضریب براکت باشد.

اگر بازهٔ مورد بررسی بسته باشد، باید ابتدای بازه از راست و انتهای بازه از چپ پیوسته باشد.

$$f(x)=\left[x-\frac{۱}{۳}\right]+\left[x+\frac{۲}{۳}\right]=\left[x-\frac{۱}{۳}+۱\right]-۱+\left[x+\frac{۲}{۳}\right]$$

$$f(x)=\left[x+\frac{۲}{۳}\right]+\left[x+\frac{۲}{۳}\right]-۱=۲\left[x+\frac{۲}{۳}\right]-۱$$

ابتدا پیوستگی تابع را در ابتدا و انتهای بازه بررسی می‌کنیم:

$$f\left(-\frac{۵}{۳}\right)=-۳ \qquad \lim_{x\to(-\frac{۵}{۳})^+} ۲\left[x+\frac{۲}{۳}\right]-۱=-۳$$

درنتیجه در $x=-\frac{۵}{۳}$ تابع از راست پیوسته است.

در انتهای بازه پیوسته است چون به ازای $x=\frac{۵}{۳}$ داخل براکت صحیح نمی‌شود.

حال پیوستگی تابع را در بازهٔ $\left(-\frac{۵}{۳}\,,\,\frac{۵}{۳}\right)$ بررسی می‌کنیم:

$$-\frac{۵}{۳}<x<\frac{۵}{۳}\Rightarrow -۱<x+\frac{۲}{۳}<\frac{۷}{۳}$$

در بازهٔ $\left(-۱\,,\,\frac{۷}{۳}\right)$ سه عدد صحیح وجود دارد. پس تابع $f(x)$ در ۳ نقطه ناپیوستگی دارد.

۱۰۸ - گزینه ۳

$$f(x)=\frac{|x^۳-۲x|}{x} \quad , \quad D_f=\mathbb{R}-\{۰\}$$

چون تابع در $x=۰$ تعریف نشده است، پس در این نقطه ناپیوسته و درنتیجه مشتق‌ناپذیر است. از طرفی ریشه‌های سادهٔ قدرمطلق نقاط مشتق‌ناپذیر است، پس داریم:

$$x^۳-۲x=۰\Rightarrow x(x^۲-۲)=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x^۲-۲=۰\Rightarrow x=\pm\sqrt{۲} \end{cases}$$

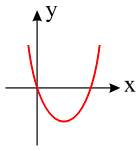
بنابراین تابع در ۳ نقطهٔ $x=۰$ و $x=\pm\sqrt{۲}$ مشتق‌ناپذیر است.

۱۰۹ - گزینه ۳

$$y=(f(\sqrt{x}))^۲+af(x)=(x+\frac{۱}{x})^۲+a(x^۲+\frac{۱}{x^۲})\Rightarrow (x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۲)+a(x^۲+\frac{۱}{x^۲})$$

واضح است که تنها اگر $a=-۱$، تابع f به یک تابع ثابت $(f(x)=۲)$ تبدیل شود.

۱۱۰ - گزینه ۱ سهمی قطعاً از مبدأ مختصات می‌گذرند، پس برای اینکه از ربع سوم عبور نکند باید به‌صورت زیر باشد.



$$\begin{cases} S\geq ۰ \\ a>۰ \end{cases}\Rightarrow \frac{a-۲}{a}\geq ۰ \xrightarrow{a>۰} a\geq ۲$$

۱۱۱ - گزینه ۲

$$\frac{۱}{۲}<\sin\alpha\leq ۱\Rightarrow \frac{۱}{۲}<\frac{۲}{۲m-۱}\leq ۱\xrightarrow{m>\frac{۱}{۲}} ۱\leq \frac{۲m-۱}{۲}<۲\Rightarrow ۲\leq ۲m-۱<۴\Rightarrow ۱٫۵\leq m<۲٫۵$$

۱۱۲ - گزینه ۲ برای آنکه پیوستگی چپ داشته باشد در نقطه $x=۱$ باید $۳x+a=۰$ باشد پس $a=-۳$.

$$y'_+(۱)=\lim_{x\to ۱^+}\frac{(۳x-۳)[۲x+۳]}{x-۱}=۳\times ۵=۱۵$$

۱۱۳ - گزینه ۳

$$f'_+(۲)=\lim_{x\to ۲^+}\frac{\frac{x-۲}{\sqrt{۲x+a}}}{x-۲}=\frac{۱}{\sqrt{۴+a}}$$

به‌طور مشابه:

$$f'_-(۲)=\frac{-۱}{\sqrt{۴+a}}$$

$$\frac{-۱}{\sqrt{۴+a}} \times \frac{۱}{\sqrt{۴+a}} = -۱ \Rightarrow a = -۳$$

۱۱۴ - گزینه ۴ ابتدا توجه کنید که زاویه ۷ رادیان در ناحیه اول قرار دارد، زیرا:

$$۲\pi < ۷ < \frac{۵\pi}{۲} \Rightarrow ۰ < \sin ۷ < ۱ \Rightarrow -۱ < -\sin ۷ < ۰ \Rightarrow [-\sin ۷] = -۱$$

از طرف دیگرطبق فرمول $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{۲}\sin(\alpha - \frac{\pi}{۴})$ داریم:

$$\sin ۲ - \cos ۲ = \sqrt{۲}\sin(۲ - \frac{\pi}{۴})$$

$$\frac{\pi}{۳} < ۲ - \frac{\pi}{۴} < \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} < \sin(۲ - \frac{\pi}{۴}) < ۱ \Rightarrow \sqrt{\frac{۳}{۲}} < \sqrt{۲}\sin(۲ - \frac{\pi}{۴}) < \sqrt{۲} \Rightarrow [\sqrt{۲}\sin(۲ - \frac{\pi}{۴})] = [\sin ۲ - \cos] = ۱$$

بنابراین:

$$[-\sin ۷] + [\sin ۲ - \cos ۲] = -۱ + ۱ = ۰$$

۱۱۵ - گزینه ۱ نمودار از نقطهٔ $(۰, -۱)$ عبور می‌کند. پس:

$$f(۰) = -۱ \Rightarrow -b = -۱ \Rightarrow b = ۱$$

نمودار بر محور طول‌ها مماس است، پس Δ در معادلهٔ $(a-۸)x^۲ + ax - b = ۰$ برابر صفر است.

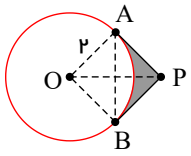
$$\Delta = a^۲ + ۴b(a-۸) = ۰ \Rightarrow a^۲ + ۴(a-۸) = ۰ \Rightarrow a^۲ + ۴a - ۳۲ = ۰ \Rightarrow (a+۸)(a-۴) = ۰ \Rightarrow a = ۴ \ , \ a = -۸$$

چون نمودار در نقطه‌ای با طول منفی بر محور طول‌ها مماس است، پس جواب معادلهٔ بالا باید منفی باشد. یعنی:

$$-\frac{-a}{۲(a-۸)} < ۰ \Rightarrow \frac{a}{a-۸} < ۰$$

به‌ازای $a = ۴$ عبارت بالا منفی است، ولی به‌ازای $a = -۸$ مثبت است. پس a فقط می‌تواند برابر با ۴ باشد.

۱۱۶ - گزینه ۱ مساحت هاشور خورده مساحت مربع به ضلع ۲ است منهای مساحت ربع دایره:



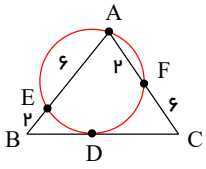
$$S = ۲ \times ۲ - \frac{\pi(۲)^۲}{۴} = ۴ - \pi$$

۱۱۷ - گزینه ۲ از نقطه ی C یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شده است، بنابراین:

$$DC^۲ = CF \times AC \rightarrow DC^۲ = ۶ \times (۶+۲)$$

و هم چنین از نقطه ی B نیز یک مماس و یک قاطع بر دایره رسم شده است:

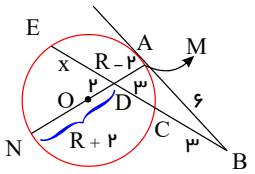
$$BD^۲ = BE \times AB \rightarrow BD^۲ = ۲(۶+۲)$$



در نتیجه: $\frac{DC^۲}{BD^۲} = \frac{۶ \times ۸}{۲ \times ۸} = ۳$ و نسبت خواسته شده برابر $\sqrt{۳}$ است.

۱۱۸ - گزینه ۳ OD و BD را امتداد می دهیم تا دایره را قطع کنند، AB واسطه ی هندسی بین BC و BE است، بنابراین:

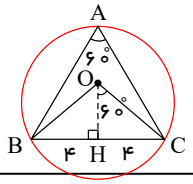
$$۳(۶+x) = ۶^۲ \Rightarrow x = ۶$$



حال وترهای EC و MN در نقطه ی D همدیگر را قطع کرده اند، بنابراین:

رابطه‌ی طولی : $DM \times DN = DE \times DC \Rightarrow (R-۲)(R+۲) = ۶ \times ۳ \Rightarrow R^۲ - ۴ = ۱۸ \Rightarrow R = \sqrt{۲۲}$

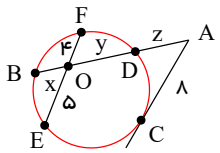
۱۱۹ - گزینه ۳



$$\overset{\triangle}{OHC} : \tan\hat{O} = \frac{HC}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۱} = \frac{۴}{OH} \Rightarrow OH = \frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۲۰ - گزینه ۲

ابتدا از رابطه ی طولی در دایره استفاده کرده، داریم:



$AC^{۲} = AD \times AB$

$۶۴ = z \times ۱۶ \Rightarrow z = ۴$

از طرفی $AB = ۱۶$ پس $x + y = ۱۲$ و داریم :

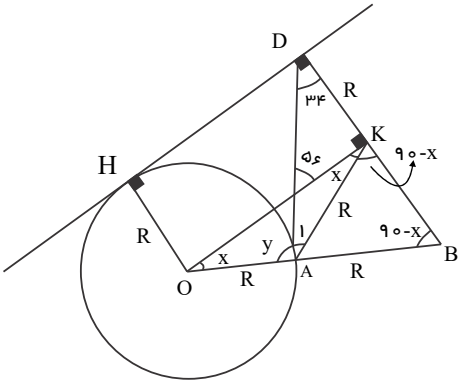
$OE \times OF = OB \times OD$

$۵ \times ۴ = x \times y \ , \ x + y = ۱۲$

پس: $x = ۲ \ , \ y = ۱۰$

۱۲۱ - گزینه ۳

بعد از رسم شکل عمود OK را بر BD رسم می‌کنیم. در این صورت $OHDK$ مستطیل و مثلث OBK قائم‌الزاویه است و AK میانه وارد بر وتر است بنابراین مثلث‌های OAK و AKB و AKD متساوی‌الساقین هستند باتوجه به شکل داریم.

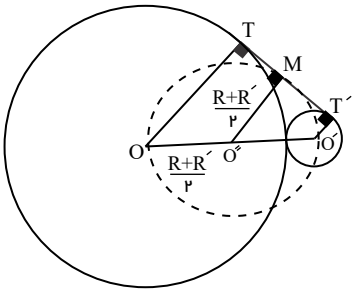


$$\left.\begin{array}{l} x + y + ۵۶ = ۱۸۰ \\ y + ۲x + ۳۴ = ۱۸۰ \end{array}\right\} \Rightarrow x + ۳۴ - ۵۶ = ۰$$

$\Rightarrow x = ۲۲$

$x + y + ۵۶ = ۱۸۰ \xrightarrow{x=۲۲} y = ۱۰۲$

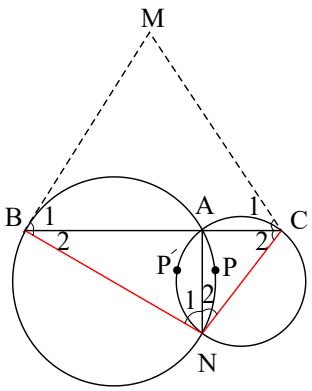
۱۲۲ - گزینه ۲ فرض کنیم دو دایره‌ی $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ مماس بیرونی باشند و $R > R'$ باشد دایره به مرکز O'' و شعاع $\frac{R+R'}{۲}$ را رسم می‌کنیم اگر TT' مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی C و C' باشد از O'' به نقطه‌ی M وسط TT'وصل می‌کنیم.



در ذوزنقه‌ی $OTT'O'$ باتوجه به قضیه‌ی میان خط نتیجه می‌گیریم $O''M$موازی OT و $O''M = \frac{R+R'}{۲}$ پس $O''M$ شعاع دایره به مرکز O'' است و بر TT' عمود است بنابراین TT' بر دایره به قطر OO' مماس می‌باشد.

۱۲۳ - گزینه ۴

از نقاط B و C به نقطه‌ی تلاقی دوم دو دایره یعنی N وصل می‌کنیم.



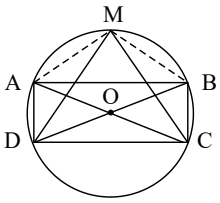
$$\hat{N}_1+\hat{N}_2=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}+\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}=\hat{B}_1+\hat{C}_1=180^\circ-\hat{M}\ \ (1)$$

از طرفی در مثلث BNC داریم:

$$\hat{N}_1+\hat{N}_2=180^\circ-(\hat{B}_2+\hat{C}_2)=180^\circ-(\frac{\overset{\frown}{AP'N}}{2}+\frac{\overset{\frown}{AP'N}}{2})=180^\circ-\text{مقدار ثابت}$$

$(1),(2)$ **از** $\Rightarrow 180^\circ-\hat{M}=180^\circ-\text{مقدار ثابت}\Rightarrow \hat{M}=$ **مقدار ثابت**

۱۲۴ - گزینه ۴ $ABCD$ **مستطیلی است، پس** AC **و** BD **قطر دایره محیطی آن است.**



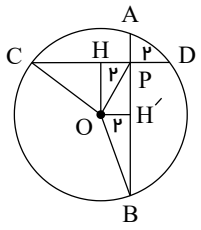
$$\overset{\frown}{AMC}=\overset{\frown}{BMD}=90^\circ$$

$$\begin{cases}MA^2+MC^2=AC^2=4R^2\\MB^2+MD^2=BD^2=4R^2\end{cases}\Rightarrow MA^2+MB^2+MC^2+MD^2=8R^2$$

۱۲۵ - گزینه ۳

$$PA\times PB=PC\times PD\Rightarrow 3\times 4=2\times PC\Rightarrow PC=6\Rightarrow CD=8$$

اگر از مرکز O **عمود** OH **را بر** CD **رسم کنیم آنگاه** $CH=4$ **و** $PH=PD=2$ **و اگر از مرکز** O **عمود** OH' **را بر** AB **وارد کنیم آنگاه** $AH'=\frac{7}{2}$ **پس** $PH'=\frac{1}{2}$ **پس داریم:**



$$\overset{\Delta}{OPH'}:\ OP^2=OH'^2+PH'^2\Rightarrow OP^2=4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}\Rightarrow OP=\frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$OB=OC=R\ ,\ \ CH=HD=4\ ,\ \ OH=PH'=\frac{1}{2}$$

$$\overset{\Delta}{OCH}:\ OC^2=CH^2+OH^2=16+\frac{1}{4}=\frac{65}{4}\Rightarrow R=\frac{\sqrt{65}}{2}$$

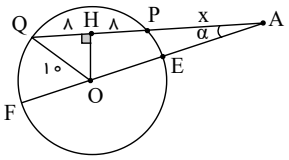
۱۲۶ - گزینه ۱ $\frac{3}{2}$ **قطر دایره‌ی کوچکتر قطر دایره‌ی بزرگ‌تر است. پس وتر** BP **نیز** $\frac{3}{4}$ **وتر** DB **است. (دو مثلث** CPB **و** ADB **متشابهند.)**

$$\frac{BP}{BD}=\frac{3}{4}\Rightarrow BP=3DP$$

روابط طولی: $EP\cdot FP=DP\cdot BP\Rightarrow 15\times 10=DP\cdot(3DP)\Rightarrow DP=5\sqrt{2}$

$$\Rightarrow PB=3DP=3\times 5\sqrt{2}=15\sqrt{2}$$

۱۲۷ - گزینه ۱ OH **عمود** PQ **، را نصف می‌کند.**



$$OH=\sqrt{10^2-8^2}=6$$

$$AP\times AQ=AE\times AF$$

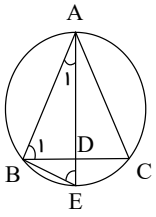
$$\Rightarrow (OA-R)(OA+R)=x(x+16)$$

$$\Rightarrow 12^2-10^2=x^2+16x\Rightarrow x^2+16x-44=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{62+44}}{1}=-8+6\sqrt{3}$$

$$\tan\alpha=\frac{OH}{AH}=\frac{6}{x+8}=\frac{6}{6\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

۱۲۸ - گزینه ۳



$$\text{محاطی}\ A\hat{E}B=\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}\ ,\ \ \hat{B}_1=\hat{C}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$$

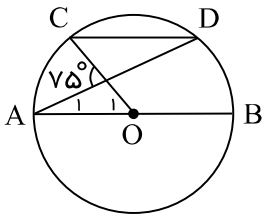
$$\Rightarrow A\hat{E}B=\frac{\overset{\frown}{AC}}{2}=\hat{B}_1\Rightarrow A\hat{E}B=\hat{B}_1$$

$$\begin{cases}A\hat{E}B=\hat{B}_1\Rightarrow\overset{\Delta}{ABD}\sim\overset{\Delta}{ABE}\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AE}\\\hat{A}_1\ \text{مشترک}\end{cases}$$

$$\Rightarrow AD\cdot AE=AB^2=AC^2$$

۱۲۹ - گزینه ۱

کمان‌های بین دو وتر موازی مساوی‌اند، پس دو کمان AC و BD مساوی‌اند. داریم:



$$۷۵^\circ = \hat{O}_۱ + \hat{A}_۱ \Rightarrow ۷۵^\circ = \overset{\frown}{AC} + \frac{\overset{\frown}{DB}}{۲} \xrightarrow{\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}} \frac{۳}{۲}\overset{\frown}{AC} = ۷۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۵۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۵۰^\circ$$

چون AB قطر دایره است، پس $\overset{\frown}{CD} = ۱۸۰^\circ - (۵۰^\circ + ۵۰^\circ) = ۸۰^\circ$ درنتیجه داریم:

$$\frac{\text{طول کمان}CD}{۲\pi R} = \frac{\text{اندازه کمان}CD}{۳۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{\text{طول کمان}CD}{۲\pi(۴)} = \frac{۸۰^\circ}{۳۶۰^\circ} \Rightarrow \text{طول کمان}CD = \frac{۱۶\pi}{۹}$$

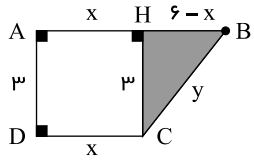
۱۳۰ - گزینه ۲

$$AB + DC = AD + BC \to ۶ + x = ۳ + y \to \boxed{y = x + ۳} \quad (۱)$$

$$\overset{\triangle}{BCH} : BH^۲ + CH^۲ = BC^۲ \to (۶ - x)^۲ + ۳^۲ = y^۲ \xrightarrow{(۱)}$$

$$(۶ - x)^۲ + ۳^۲ = (x + ۳)^۲ \to ۳۶ - ۱۲x + \cancel{x^۲} + \cancel{۹} = \cancel{x^۲} + ۶x + \cancel{۹} \to ۱۸x = ۳۶ \to x = ۲$$

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲} \times ۳(۲ + \cancel{۶}) = ۱۲$$



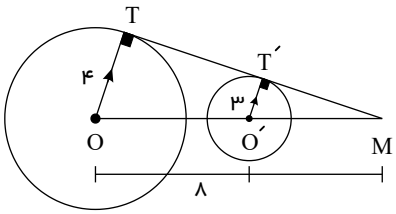
۱۳۱ - گزینه ۴

$$(۳\sqrt{۷}) = \sqrt{۸^۲ - (R - R')^۲} \to ۶۳ = ۶۴ - (R - R')^۲ \to R - R' = ۱$$

$$\sqrt{۱۵} = \sqrt{۸^۲ - (R + R')^۲} \to ۱۵ = ۶۴ - (R + R')^۲ \to R + R' = ۷$$

$$\to R = ۴, R' = ۳$$

$$\overset{\triangle}{MOT} : OT \| O'T' \to \frac{MO'}{MO' + ۸} = \frac{۳}{۴} \to ۴MO' = ۳MO' + ۲۴ \to MO' = ۲۴$$



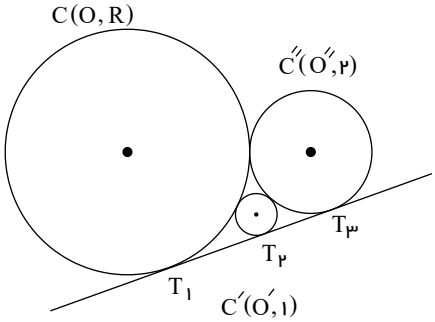
۱۳۲ - گزینه ۱ می‌دانیم طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ مماس خارج بر شعاع R و R' برابر است با:

$$TT' = ۲\sqrt{RR'}$$

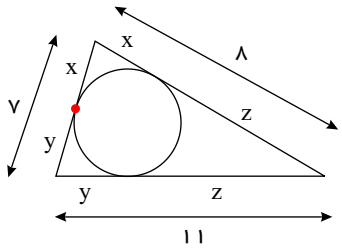
بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} T_۱T_۲ = ۲\sqrt{R} \\ T_۲T_۳ = ۲\sqrt{۲}^{T_۱T_۳ - T_۱T_۲ = T_۲T_۳} \Rightarrow ۲\sqrt{۲R} - ۲\sqrt{R} = ۲\sqrt{۲} \xrightarrow{\div ۲} \sqrt{۲R} - \sqrt{R} = \sqrt{۲} \\ T_۱T_۳ = ۲\sqrt{۲R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{۲} - ۱)\sqrt{R} = \sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{R} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲} - ۱} = ۲ + \sqrt{۲} \Rightarrow R = ۶ + ۴\sqrt{۲}$$



۱۳۳ - گزینه ۳



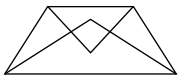
$$\begin{cases} x + y = ۷ \\ x + z = ۸ \\ y + z = ۱۱ \end{cases} \xrightarrow{\oplus} ۲(x + y + z) = ۲۶$$

$$\to x + y + z = ۱۳ \to \begin{cases} x = ۲ \\ y = ۵ \\ z = ۶ \end{cases} \to \frac{y}{x} = \frac{۵}{۲}$$

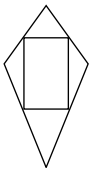
۱۳۴ - گزینه ۲ می‌دانیم یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل آن، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشند.

متوازی‌الاضلاع در حالت کلی، نه محاطی است و نه محیطی.

چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی ذوزنقه متساوی‌الساقین، کایتی با دو زاویهٔ قائمه مقابل می‌باشد که محیطی است.



چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن وسط‌های اضلاع کایت یک مستطیل است که الزماً محیطی نیست.



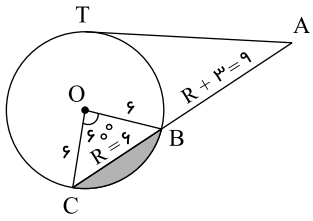
ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین حتما محاطی است ولی می‌تواند محیطی نباشد.

۱۳۵ - گزینه ۲

$$AB = BC = ۳ \xrightarrow{BC=R} AB = R + ۳$$

$$AT^۲ = AB \times AC \to (۳\sqrt{۱۵})^۲ = (۲R + ۳) \times (R + ۳) \to ۱۳۵ = ۲R^۲ + ۶R + ۲R + ۹ \to ۲R^۲ + ۹R - ۱۲۶ = ۰$$

$$R = \frac{-۹ \pm \sqrt{۸۱ - ۴(۲)(-۱۲۶)}}{۲ \times ۲} = \frac{-۹ \pm ۳۳}{۴} \xrightarrow{R>۰} R = \frac{۲۴}{۴} = ۶$$



$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\underset{BOC}{\Delta}} = \frac{۶۰}{۳۶۰} \times \pi \times ۶^۲ - \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۶^۲ = ۶\pi - ۹\sqrt{۳}$$

۱۳۶ - گزینه ۲ تغییرسرعت برابر با سطح زیر نمودار شتاب - زمان است.

$$S = \Delta v = v_۷ - v_۰$$

$$\Delta v = -۲(۵) + ۱(۷ - ۵) = -۱۰ + ۲ = -۸ \Rightarrow v_۷ - v_۰ = -۸ \Rightarrow v_۷ - ۲۰ = -۸ \Rightarrow v_۷ = ۱۲ \frac{m}{s}$$

۱۳۷ - گزینه ۱ ابتدا سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۶ - ۱۶}{۸ - ۰} = ۰$$

نمودار مکان - زمان متحرک سهمی است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت حرکت شتاب ثابت است $(a = \overline{a})$، اکنون باتوجه به اطلاعات روی نمودار بین لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۴$ و به کمک رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه داریم:

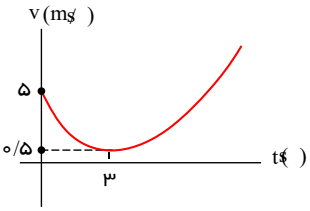
$$\Delta x = -\frac{۱}{۲} a t^۲ + V t \Rightarrow ۸ = -\frac{۱}{۲} a \times ۴^۲ + ۰ \times ۴ \Rightarrow a = -۱ \frac{m}{s^۲}$$

توجه: شیب نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = ۴$ برابر صفر است، یعنی در این لحظه $V = ۰$ است.

۱۳۸ - گزینه ۴ برای تحلیل نوع حرکت، بهتر است که نمودار $v - t$ را رسم کنیم.

$$v = \frac{۱}{۲} t^۲ - ۳t + ۵ = \frac{۱}{۲}(t^۲ - ۶t + ۱۰) = \frac{۱}{۲}(t^۲ - ۶t + ۹ + ۱) = \frac{۱}{۲}((t - ۳)^۲ + ۱)$$

باتوجه به رابطهٔ به‌دست آمده نمودار سرعت - زمان حرکت به‌صورت شکل روبه‌رو به‌دست می‌آید. بنابراین سرعت متحرک ابتدا کاهش می‌یابد و به کمترین مقدار ۰٫۵ متر بر ثانیه می‌رسد و سپس افزایش می‌یابد. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.



۱۳۹ - گزینه ۲ اگر مبدأ را محل حرکت دوچرخه‌سوار در نظر بگیریم.

دوچرخه‌سوار $x = vt$

کامیون $x = \frac{۱}{۲} a t^۲ + v_۰ t + x_۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + ۰ + ۳۰ = t^۲ + ۳۰$

فاصلهٔ کامیون و دوچرخه‌سوار $\Delta x = t^۲ - vt + ۳۰$

این معادله یک سهمی است و می‌دانیم در رأس سهمی مقدار Δx به حداقل می‌رسد.

$$t=-\frac{b}{۲a}=\frac{v}{۲}\Rightarrow ۱۷/۵=\frac{v^۲}{۴}-\frac{v^۲}{۲}+۳۰\Rightarrow \frac{v^۲}{۴}=۱۲/۵\Rightarrow v^۲=۵۰$$

$$v=۵\sqrt{۲}m/s$$

۱۴۰ - گزینه ۲

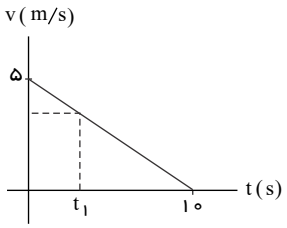
از فرم معادلهٔ داده شده بر می‌آید که شبیه معادلهٔ سرعت-جابجایی در حرکت با شتاب ثابت است. پس داریم:

$$v=\sqrt{۲x+۱۶}\Rightarrow v^۲=۲x+۱۶\Rightarrow\begin{cases}v^۲-۱۶=۲x\\ v^۲-{v_۰}^۲=۲a\Delta x\end{cases}\Rightarrow ۲a=۲\Rightarrow a=۱m/s^۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}{v_۰}^۲=۱۶\Rightarrow v_۰=۴m/s\\ a=۱m/s^۲\\ x_۰=۱۰\end{cases}\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰=\frac{۱}{۲}t^۲+۴t+۱۰$$

$$\Rightarrow ۴\le t\le ۶\Rightarrow\begin{cases}t=۴\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times ۱۶+۴\times ۴+۱۰=۳۴m\\ t=۶\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times ۳۶+۴\times ۶+۱۰=۵۲m\end{cases}\Rightarrow \Delta x=۱۸m$$

۱۴۱ - گزینه ۲ ابتدا مشخص می‌کنیم متحرک در چه لحظه‌ای از مبدأ می‌گذرد.



$$a=\frac{-۵}{۱۰}=-\frac{۱}{۲}m/s^۲$$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow ۲۱=\frac{۱}{۲}(-\frac{۱}{۲})t^۲+۵t$$

$$۲۱=\frac{-t^۲}{۴}+۵t\Rightarrow t^۲-۲۰t+۸۴=۰\Rightarrow (t-۶)(t-۱۴)=۰$$

$$\Rightarrow t=۶(s)$$

در $t=۶(s)$ تغییر جهت می‌دهد.

در بازه $۰<t<۶(s)$ در حال نزدیک شدن به مبدأ و در بازهٔ $۶s\le t\le ۱۰s$ در حال دور شدن از مبدأ است. پس ۴ ثانیه در حال دور شدن از مبدأ است.

۱۴۲ - گزینه ۳ می‌توان نشان داد که اگر دو متحرک از یک نقطه و در یک راستا حرکت کنند لحظه‌ای که به‌هم می‌رسند، دو برابر لحظه‌ای است که سرعت آن‌ها یکسان شده است پس دو متحرک در $t=۱۰(s)$ به‌هم می‌رسند.

$$\begin{cases}v_{۰A}=v_۱\\ a_A=a_۱\end{cases}\qquad\begin{cases}v_{۰B}=v_۲\\ a_B=a_۲\end{cases}$$

با فرض آن‌که در $t=۵s$ سرعت‌ها یکسان شود؛

$$\begin{matrix}v_A=v_۱+a_۱t\Rightarrow v_A=v_۱+۵a_۱\\ v_B=v_۲+a_۲t\Rightarrow v_B=v_۲+۵a_۲\end{matrix}\Rightarrow v_A=v_B\Rightarrow ۵(a_۱-a_۲)=v_۲-v_۱$$

فرض می‌کنیم در لحظهٔ $t=t_۱$ به‌هم برسند.

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲+v_۱t_۱=\frac{۱}{۲}a_۲t_۱^۲+v_۲t_۱$$

$$\frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲-\frac{۱}{۲}a_۲t_۱^۲=(v_۲-v_۱)t_۱$$

$$\frac{۱}{۲}(a_۱-a_۲)t_۱=v_۲-v_۱\Rightarrow \frac{۱}{۲}(a_۱-a_۲)t_۱=۵(a_۱-a_۲)\Rightarrow t_۱=۱۰(s)$$

۱۴۳ - گزینه ۱ از دید ناظر ساکن که در ساحل ایستاده و به حرکت قایق نگاه می‌کند، داریم:

سرعت قایقران : $v_۲$ **سرعت آب :** $v_۱$

در حالت اول : $d=(v_۱+v_۲)\times t\Rightarrow d=(v_۱+v_۲)\times ۱۰\Rightarrow v_۱+v_۲=\frac{d}{۱۰}$

در حالت دوم : $d=v_۱\times t\Rightarrow d=v_۱\times ۶۰\Rightarrow v_۱=\frac{d}{۶۰}$

$$v_۲=\frac{d}{۱۰}-\frac{d}{۶۰}=\frac{۵d}{۶۰}$$

در حالت سوم : $d=(v_۲-v_۱)\times t\Rightarrow d=(\frac{۵d}{۶۰}-\frac{d}{۶۰})\times t\Rightarrow t=۱۵(s)$

۱۴۴ - گزینه ۲ ابتدا در دو ثانیهٔ سوم یعنی بین دو لحظه $t_۱=۴s$ و $t_۲=۶s$ حرکت جابه‌جایی را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}t_۱=۴s\Rightarrow x_۱=۱۶+۸\alpha-۱=۱۵+۸\alpha\\ t_۲=۶s\Rightarrow x_۲=۳۶+۱۲\alpha-۱=۳۵+۱۲\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow \Delta x=x_۲-x_۱=۲۰+۴\alpha$$

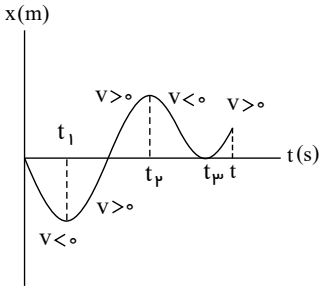
اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰+۴\alpha}{۲}=۱۰+۲\alpha=۶\Rightarrow ۲\alpha=-۴\Rightarrow \alpha=-۲$$

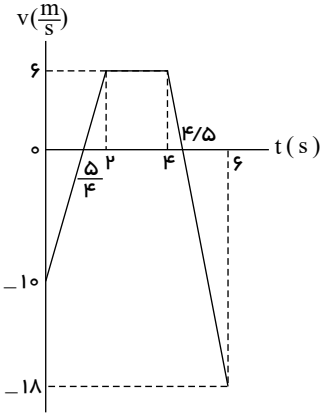
۱۴۵ - گزینه ۳

برای آن‌که جهت حرکت جسم تغییر کند باید علامت سرعت آن عوض شود.

با توجه به نمودار در لحظه‌های نشان داده شده $t_۱, t_۲, t_۳$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند. به عبارتی در نقاط بیشینه یا کمینه نمودار $x-t$



۱۴۶ - گزینه ۴ مساحت محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است.



$$v_{t=۲s}=v_{۰}+S_{۱}\xrightarrow[v_{۰}=-۱۰\ m/s]{S_{۱}=۸\times ۲=۱۶\ m/s} v_{t=۲s}=۶\,m/s$$

$$۰\le t\le ۲s\xrightarrow{v=at+v_{۰}} v=۸t-۱۰\xrightarrow{v=۰} t=\frac{۵}{۴}s$$

$$۲s<t\le ۴s\Rightarrow v=v_{t=۲s}=۶\,m/s$$

$$۴s<t\le ۶s\xrightarrow{v=a(t-۴)+v_{۰}} v=-۱۲(t-۴)+۶\xrightarrow{v=۰} t=۴/۵s$$

$$v_{t=۲s}=v_{t=۴s}\ ,\ v_{t=۶s}=v_{t=۴s}+S_{۲}\xrightarrow[v_{t=۴s}=۶\ m/s]{S_{۲}=-۲\times ۱۲=-۲۴\ m/s} v_{t=۶s}=۶-۲۴=-۱۸\,m/s$$

$$\text{مدت زمان تندشونده}=(۲-\frac{۵}{۴})+(۶-۴/۵)=\frac{۹}{۴}s=۲/۲۵s$$

۱۴۷ - گزینه ۲ با در نظر گرفتن محل رها کردن هر گلوله به عنوان مبدأ مکان، معادلهٔ حرکت هر گلوله را می‌نویسیم:

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}+y_{۰}\Rightarrow\begin{cases}y_{۱}=-۵t^{۲}\\ y_{۲}=-۵(t-۱)^{۲}\end{cases}$$

چون گلولهٔ (۱) زودتر رها شده است، پس همواره مسافت بیشتری از گلولهٔ (۲) طی کرده است. بنابراین فاصلهٔ بین دو گلوله در هر لحظهٔ دلخواه t برابر است با:

$$d=y_{۲}-y_{۱}=-۵(t-۱)^{۲}-(-۵t^{۲})\Rightarrow\ d=۵(۲t-۱)$$

بنابراین برای فاصلهٔ بین دو گلوله در لحظهٔ $t_{۱}=۵s$ به فاصلهٔ بین دو گلوله در لحظهٔ $t_{۲}=۸s$، داریم:

$$\frac{d_{۱}}{d_{۲}}=\frac{۲t_{۱}-۱}{۲t_{۲}-۱}\xrightarrow[t_{۲}=۸s]{t_{۱}=۵s}\frac{d_{۱}}{d_{۲}}=\frac{۲\times ۵-۱}{۲\times ۸-۱}=\frac{۳}{۵}$$

۱۴۸ - گزینه ۲ در حرکت سقوط آزاد در شرایط خلأ، چون شتاب ثابت است، می‌توانیم بنویسیم:

$$v_{av}=\frac{v_{۰}+v}{۲}\Rightarrow ۵=\frac{۰+v}{۲}\Rightarrow v=۱۰m/s$$

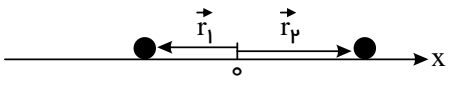
پس در انتهای $\frac{h}{۹}$ ابتدایی مسیر، سرعت جسم از صفر به $۱۰m/s$ رسیده است:

$$v^{۲}=-۲g\Delta y\Rightarrow ۱۰۰=-۲\times ۱۰\times(-\frac{h}{۹})\Rightarrow h=۴۵m$$

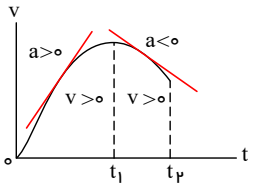
۱۴۹ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هنگامی که شتاب ثابت است آهنگ تغییرات سرعت (افزایش - کاهش) نیز ثابت است. بنابراین گزینهٔ «۱» نادرست است.

گزینهٔ «۲»: در شکل زیر بردار مکان تغییر جهت داده ولی سوی حرکت تغییر نکرده است. بنابراین گزینهٔ «۲» نیز نادرست است.

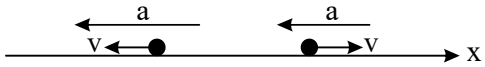


گزینهٔ «۳»: کافی است به شکل مقابل به عنوان یک مثال توجه فرمائید:



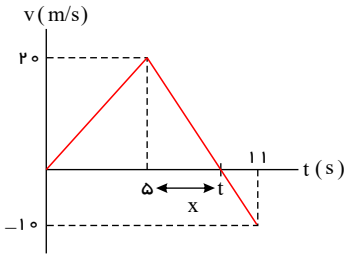
از لحظهٔ $t=۰$ تا $t=t_۲$ ، همواره $v>۰$ است ولی a تغییر علامت داده است. بنابراین این گزینه صحیح است.

گزینهٔ «۴»: در حرکت بر خط راست بردارهای سرعت و شتاب همواره هم راستا هستند. گرچه ممکن است هم جهت (در حرکت تندشونده) یا در خلاف جهت هم (در حرکت کُند شونده) باشند.بنابراین این گزینه نیز نادرست است.



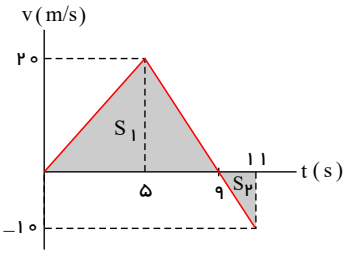
به خاطر داشته باشیم اگر $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم راستا نباشند مسیر حرکت خمیده خواهد بود.

۱۵۰ - گزینه ۴ جهت سرعت، جهت حرکت را نشان می‌دهد. پس متحرک از لحظهٔ شروع تا t در جهت مثبت و پس از آن در جهت منفی حرکت کرده است. با توجه به اینکه جابجایی = مساحت زیر نمودار است، پس از یافتن t، جابه‌جایی متحرک را پیدا می‌کنیم.



شیب خط ثابت $\Rightarrow \frac{-۳۰}{۶}=\frac{-۲۰}{x}$

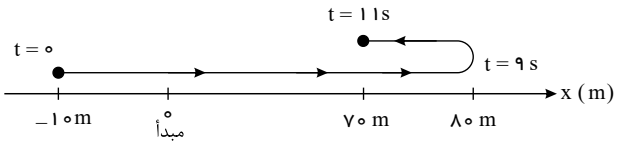
$x=۴ \rightarrow t=۹s$



$S_۱=\frac{۹\times ۲۰}{۲}=۹۰m \Rightarrow \Delta x=۹۰m$

$S_۲=\frac{۲\times(-۱۰)}{۲}=-۱۰(m) \Rightarrow \Delta x=-۱۰m$

با توجه به مکان اولیه متحرک $(x_۰=-۱۰m)$ شکل حرکت به‌صورت زیر رسم می‌شود و حداکثر فاصله از مبدأ مکان برابر با ۸۰ متر و آن هم در $t=۹s$ است.



۱۵۱ - گزینه ۳ اگر سرعت اولیه صفر باشد، جابه‌جایی‌ها در هر t ثانیه ضریب فردی از $\frac{at^۲}{۲}$ است.

$\Delta x_۱=۱\times\frac{at^۲}{۲}$

$\Delta x_۲=۳\times\frac{at^۲}{۲}$

$\Delta x_۳=۵\times\frac{at^۲}{۲}$

$\Delta x_۴=۷\times\frac{at^۲}{۲}$

تنها گزینهٔ ۳ چنین شرطی را رعایت کرده است.

۱۵۲ - گزینه ۱ جابه‌جایی متحرک در این مسیر برابر طول AC می‌باشد که به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$AC=\sqrt{AB^۲+BC^۲}=\sqrt{۳۰۰^۲+۴۰۰^۲}=۵۰۰m$

برای به‌دست آوردن زمان کل حرکت، باید زمان هر قسمت را به‌دست آورده، زمان‌های به‌دست آمده را با یکدیگر جمع کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta t_{AB}=\dfrac{\Delta x_{AB}}{v_{AB}}=\dfrac{۳۰۰}{۶}=۵۰s\\ \Delta t_{BC}=\dfrac{\Delta x_{BC}}{v_{BC}}=\dfrac{۴۰۰}{۸}=۵۰s\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta t_{\text{کل}}=۵۰+۵۰=۱۰۰s$$

$$v_{av_{ABC}}=\frac{AC}{\Delta t_{\text{کل}}}\Rightarrow v_{av}=\frac{۵۰۰}{۱۰۰}=۵\frac{m}{s}$$

۱۵۳ - گزینه ۴ ابتدا با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، فاصلهٔ BC، بعداز آن با استفاده از رابطهٔ سرعت-جابجایی فاصلهٔ AB را محاسبه می‌کنیم و به صورت زیر ادامه می‌دهیم.

$$h=y_{BC}=(\frac{V_B+V_C}{۲})(t)\Rightarrow y_{BC}=h=(\frac{۸+(۸+۱۰\times ۰/۴)}{۲})(۰/۴)=۴m$$

$$V_B^۲-V_A^۲=۲g\Delta y\Rightarrow ۸^۲-۰=۲۰\Delta y\Rightarrow \Delta y=۳/۲m$$

$$\Delta y_{AD}=۳/۲+۴+\frac{۴}{۵}=۸m$$

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow ۸=\frac{۱}{۲}\times ۱۰t^۲$$

$$t=\sqrt{\frac{۱۶}{۱۰}}=\frac{۴}{\sqrt{۱۰}}=\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}(s)$$

۱۵۴ - گزینه ۱

توان متوسط نیروی وارد بر جسم در حرکت ب شتاب ثابت به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$P_{av}=\frac{۱}{۲}F(V+V_۰)\xrightarrow{F=ma=۴۰N} ۲۰۰=\frac{۱}{۲}\times ۴۰(v_۱+v_۰)\rightarrow v_۱+v_۰=۱۰(۱)$$

$$v_۱=at+v_۰\Rightarrow v_۱-v_۰=at\Rightarrow v_۱-v_۰=۴\times ۲\Rightarrow v_۱-v_۰=۸(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow\begin{cases}v_۱-v_۰=۸\\ v_۱+v_۰=۱۰\end{cases}\Rightarrow v_۱=۹\frac{m}{s}, v_۰=۱\frac{m}{s}$$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow \Delta x=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۶+۱\times ۴=۲۰m$$

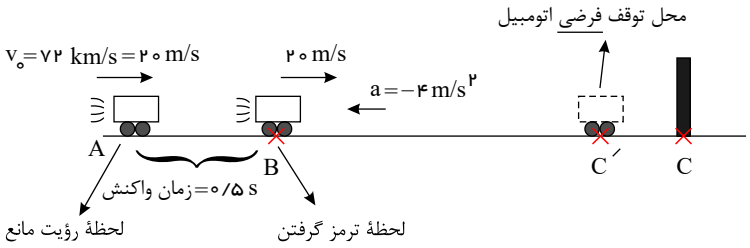
می‌توانیم از $v_۱^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x$ هم جابه‌جایی را بدست بیاوریم.

$$v_۱^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow (۹)^۲-(۱)^۲=۲\times ۲\times \Delta x\Rightarrow \Delta x=۲۰m$$

۱۵۵ - گزینه ۳ فرض کنیم جسم در نقطهٔ C' متوقف می‌شود. طبق مفهوم شتاب ($a=-۴\frac{m}{s^۲}$ یعنی از $v_۰=+۲۰\frac{m}{s}$ در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ کاسته می‌شود) پس از $۵s$ متحرک متوقف می‌شود.

جابه‌جایی جسم در این مدت:

$$\Delta x_{BC'}=(\frac{v+v_۰}{۲})\Delta t=(\frac{۰+۲۰}{۲})(۵)=۵۰m$$



گام دوم: در مدت زمان واکنش راننده، اتومبیل در مدت $۰/۵m$ با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ به مقدار $\Delta x_{AB}=v\Delta t\Rightarrow \Delta x_{AB}=۱۰m$.

گام سوم:

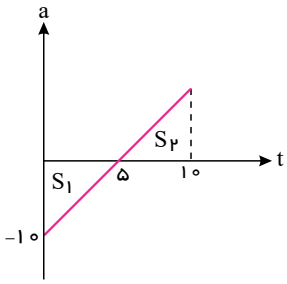
$$\Delta x_{AB}+\Delta x_{BC'}=۱۰+۵۰=۶۰m>\Delta x_{AC}=۵۲m$$

پس به مانع برخورد می‌کند. امّا با چه تندی؟

$$v_C^۲-v_B^۲=۲a\Delta x_{BC}\Rightarrow v_C^۲-۲۰^۲=۲(-۴)(\underbrace{۴۲}_{(۵۲-۱۰=۴۲)})\Rightarrow v_C^۲=۴۰۰-۳۳۶\Rightarrow v_C=۸\frac{m}{s}$$

۱۵۶ - گزینه ۴ مساحت زیر نمودار $a-t$، برابر اندازهٔ Δv است. با توجه به شکل $S_۱$ و $S_۲$ برابر هستند

$$S_۱ = S_۲ = \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵\frac{m}{s}$$



$$v_۰ = ۲۰\frac{m}{s}$$
$$v_۵ = v_۰ + \Delta v = ۲۰ - S_۱ = ۲۰ - ۲۵ = -۵\frac{m}{s}$$

$$v_{۱۰} = v_۵ + \Delta v = -۵ + S_۲ = -۵ + ۲۵ = ۳۰\frac{m}{s}$$

از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۵s$ متحرک یک بار سرعتش ابتدا مثبت و سپس منفی می‌شود. شتاب به دلیل بازه منفی است.

$$v > ۰, a < ۰ \Rightarrow av < ۰ \Rightarrow$$ ابتدا کندشونده

$$v < ۰, a < ۰ \Rightarrow av > ۰ \Rightarrow$$ سپس تندشونده

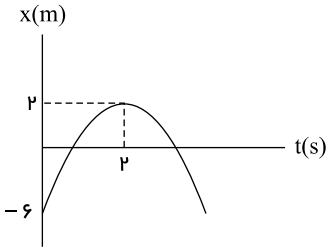
از لحظهٔ $t = ۵s$ تا $t = ۱۰$ ثانیه متحرک سرعتش ابتدا منفی و سپس مثبت می‌شود، ولی شتاب مثبت است.

$$\begin{cases} v < ۰, a > ۰ \Rightarrow av < ۰ \Rightarrow \text{کندشونده} \\ v > ۰, a > ۰ \Rightarrow av > ۰ \Rightarrow \text{تندشونده} \end{cases}$$

۱۵۷ - گزینه ۱ روش اول: باتوجه به نمودار، در لحظهٔ $t = ۲s$ شیب خط مماس بر نمودار یعنی سرعت، صفر است. تنها گزینه‌ای که به ازای $t = ۲s$، مقدار $v = ۰$ می‌شود که گزینه ۱ است

روش دوم:

می‌دانیم که در نقطهٔ ماکزیمم سهمی، شیب خط مماس بر نمودار، صفر است؛ بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ برابر صفر است. همچنین می‌دانیم حرکت در دو طرف نقطهٔ ماکزیمم، متقارن است، پس می‌توانیم بگوییم متحرک بین لحظه‌ای که از مبدأ می‌گذرد تا لحظهٔ $t = ۲s$ مسافت $۲m$ را طی می‌کند.



$$\Delta x_{(۲s\ \text{تا}\ ۰s)} = \frac{v_۰ + v_۲}{۲} \times t$$
$$\xrightarrow[\Delta x = ۲ - (-۶) = ۸m]{v_۲ = ۰} ۸ = \frac{v_۰}{۲} \times ۲ \Rightarrow v_۰ = ۸\frac{m}{s}$$

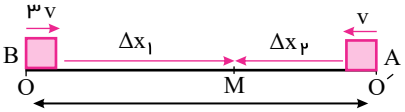
حال در بازهٔ صفر تا $۲s$ از معادلهٔ سرعت-زمان استفاده کرده و شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۲ = at + v_۰ \xrightarrow[t=۲s]{v_۲ = ۰, v_۰ = ۸\frac{m}{s}} ۰ = ۲a + ۸ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

در نتیجه معادلهٔ سرعت-زمان متحرک به این صورت خواهد بود.

$$v = -۴t + ۸$$

۱۵۸ - گزینه ۳ زمان به هم رسیدن t از سرعت نسبی محاسبه می‌شود.



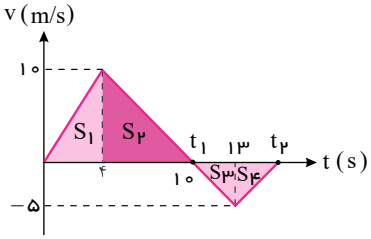
$$t = \frac{d}{v_A + v_B} = \frac{d}{۳v + v} = \frac{d}{۴v}$$
$$\Delta x_۱ = ۳v \times t = ۳v \times \frac{d}{۴v} = \frac{۳}{۴}d$$
$$\Delta x_۲ = v \times t = v \times \frac{d}{۴v} = \frac{d}{۴}$$

t' زمان رسیدن B از M به O است.

$$t' = \frac{MO}{v_B} = \frac{\Delta x_۱}{v} = \frac{\frac{۳}{۴}d}{v} = \frac{۳}{۴}\frac{d}{v}$$
$$\frac{t'}{t} = \frac{\frac{۳}{۴}\frac{d}{v}}{\frac{d}{۴v}} = ۳ \Rightarrow t' = ۳t$$

۱۵۹ - گزینه ۳ ابتدا $t_۱$ را از روی تشابه $S_۲$ و $S_۳$ به دست می‌آوریم:

$$S_۲, S_۳ \Rightarrow \frac{۱۰}{۵} = \frac{t_۱ - ۴}{۱۳ - t_۱} \Rightarrow t_۱ = ۱۰s$$



حال رابطه مسافت را به دست می‌آوریم:

$$L = S_۱ + S_۲ + S_۳ + S_۴ \Rightarrow ۷۵ = \frac{۱}{۲}(۴ \times ۱۰) + \frac{۱}{۲}(۱۰ \times ۶) + \frac{۱}{۲} \times ۵(t_۲ - ۱۰) \Rightarrow ۷۵ = ۲۰ + ۳۰ + \frac{۵}{۲}(t_۲ - ۱۰) \Rightarrow \frac{۵}{۲}(t_۲ - ۱۰) = ۲۵$$

$$\Rightarrow t_۲ - ۱۰ = ۱۰ \Rightarrow t_۲ = ۲۰s$$

۱۶۰ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: سرعت منفی است؛ بنابراین جهت حرکت همواره در خلاف جهت محور x‌ها است. (صحیح است)

گزینهٔ «۲»: در حرکت با سرعت ثابت، زمانی که سرعت منفی است؛ جابه‌جایی نیز منفی است . (غلط است.)

گزینهٔ «۳»: لحظهٔ گذر از مبدأ برابر است با:

$$x = ۰ \Rightarrow -۸t' + ۲۰ = ۰ \Rightarrow t' = ۲/۵s$$

از آن‌جایی که از $x_۰ = +۲۰$ شروع به حرکت در $t' = ۲/۴s$ هنوز مبدأ را رد نکرده و در حال نزدیک شدن به مبدأ است. (صحیح است.)

گزینهٔ «۴»: در فاصلهٔ زمانی یکسان نسبت به $t = ۲/۵s$ در یک فاصله از مبدا قرار دارد.

$$t_۲ - t' = ۲/۹ - ۲/۵ = ۰/۴s$$

$$t' - t_۱ = ۲/۵ - ۲/۱ = ۰/۴s$$ صحیح است

۱۶۱ - گزینه ۴ گزینهٔ «۱»: صابون جامد از گرم‌کردن روغن‌های گوناگون گیاهی یا جانوری با سدیم هیدروکسید تهیه می‌شود.

گزینهٔ «۲»: مولکول‌های گلوکز در آب به شکل مولکولی حل می‌شوند و با مولکول‌های آب نیروی جاذبه از نوع پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: کلوئیدها حاوی توده‌های مولکولی هستند ولی اندازهٔ این توده‌ها متفاوت است.

۱۶۲ - گزینه ۱ $RC_۶H_۴SO_۳^-Na^+$ یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی است.

۱۶۳ - گزینه ۳ کاغذ pH در محیط اسیدی قرمز رنگ و در محیط بازی آبی رنگ می‌شود.

۱۶۴ - گزینه ۲ هرچه K_a کوچک‌تر باشد، اسید مربوطه ضعیف‌تر خواهد بود. با توجه به مقادیر K_a داریم:

$H_۲S > HCO_۳^-$:قدرت اسیدی $\quad$ $HS^- < CO_۳^{۲-}$:قدرت باز مزدوج

۱۶۵ - گزینه ۲ در محلول‌های بازی غلظت یون هیدروکسید بیشتر از یون هیدرونیوم است.

بررسی موارد:

«الف»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و فرآوردهٔ واکنش به‌صورت یونی در آب حل می‌شود و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کند.

$$SO_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow H_۲SO_۴(aq) \rightarrow H^+(aq) + HSO_۴^-(aq)$$

«ب»:

$$NaOH(aq) \rightarrow Na^+(aq) + OH^-(aq)$$

غلظت یون OH^- را زیاد کرده پس باز آرنیوس است.

«پ»: اغلب اکسیدهای فلزی گروه ۱ و ۲، باز آرنیوس هستند. این مواد در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و غلظت یون OH^- را زیاد می‌کنند.

$$K_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq) \rightarrow ۲K^+(aq) + ۲OH^-(aq)$$

«ت»: اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند. این اکسیدها در آب به‌صورت شیمیایی حل می‌شوند و غلظت یون H^+ را زیاد می‌کنند.

$$N_۲O_۳(g) + H_۲O(l) \rightarrow ۲HNO_۲(aq) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۲^-(aq)$$

۱۶۶ - گزینه ۲ گزاره‌های «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد «الف»: HF یک الکترولیت ضعیف است. بخشی از مولکول‌های آن به یون تبدیل می‌شوند و بقیه به شکل مولکولی در آب حل می‌شوند.

مورد «ب»: HF اسید ضعیف و HCl اسید قوی است. در شرایط یکسان چون HCl کامل و HF به‌صورت جزئی یونیده می‌شود، شمار یون‌ها در محلول HCl بیشتر است.

مورد «پ»: درست است.

مورد «ت»: شکر یک ماده غیرالکترولیت است و در آب به‌صورت مولکولی حل می‌شود. غلظت یون‌ها در محلول شکر بسیار ناچیز است. لامپی که در محلول شکر قرار بگیرد روشن نمی‌شود.

هیدروفلوئوریک اسید یک الکترولیت ضعیف است که هنگام انحلال در آب مقدار کمی یون تولید می‌کند. وجود همین یون‌ها باعث برقرارشدن جریان و روشن‌شدن لامپ می‌شود.

۱۶۷ - گزینه ۴ باتوجه به شکل از ۱۰ مولکول HA حل شده، ۲ مولکول یونیده شده است.

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} = \frac{۲}{۱۰} = ۰/۲$$

توجه: شمار مولکول‌های یونیده شده با شمار هر کدام از یون‌های H^+ و یا A^- برابر است.

$$\text{شمار کل مولکول‌های حل شده} = \text{شمار مولکول‌های یونیده نشده} + \text{شمار مولکول‌های یونیده شده} = ۲ + ۸ = ۱۰$$

۱۶۸ - گزینه ۲ $\text{درصد یونش} = \alpha \times ۱۰۰ \Rightarrow ۱ = \alpha \times ۱۰۰ \Rightarrow \alpha = ۰/۰۱ < ۰/۰۵ \Rightarrow K_a = \alpha^۲ [HA]_{\text{اولیه}}$

$$۵ \times ۱۰^{-۴} = (۱۰^{-۲})^۲ \cdot [HA]_{\text{اولیه}} \Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}} = ۵\, mol \cdot L^{-۱}$$

۱۶۹ - گزینه ۲ عبارت «ب» و «پ» نادرست است.

«ب» مقدار ثابت تعادل برای یک واکنش تنها به دما وابسته است.

«پ»: کربوکسیلیک اسیدها، اسیدهای ضعیفی هستند که تنها هیدروژن گروه کربوکسیل آن‌ها می‌تواند به صورت یون هیدرونیوم وارد محلول شود.

$$HCOOH(aq) + H_۲O(l) \leftrightharpoons HCOO^-(aq) + H_۳O^+(aq)$$

۱۷۰ - گزینه ۳ HF، $CH_۳COOH$ و $HCOOH$ اسیدهای تک پروتون‌دار هستند. در کربوکسیلیک اسیدها تنها هیدروژن گروه کربوکسیل می‌تواند به صورت یون H^+ وارد محلول شود.

۱۷۱ - گزینه ۳ عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) مقایسهٔ غلظت گونه‌ها در محلول الکترولیت HA به‌صورت زیر خواهد بود. به‌دلیل یونیده شدن کامل HA، تقریباً مولکول‌های یونیده نشده در محلول یافت نخواهد شد و مقدار آن‌ها در حد صفر است.

$$[H^+] = [A^-] >> [HA]$$

ت) HA یک اسید قوی است. اما HF یک اسید ضعیف بوده و نمی‌توان آن را به HA نسبت داد.

۱۷۲ - گزینه ۲ کلوئید نور را پخش می‌کند.

کلوئیدها ته‌نشین نمی‌شوند و پایدارند.

رنگ نوعی کلوئید است.

۱۷۳ - گزینه ۱ معادلهٔ یونش هیدروفلوئوریک اسید به صورت زیر است:

$$HF(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + F^-(aq)$$

$$x = [H^+] = [F^-]$$

$$K_a = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} \Rightarrow K_a = \frac{x^۲}{[HF]} \Rightarrow x^۲ = K_a \times [HF] \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{۲ \times ۱۰^{-۵} \times ۰/۸ \times ۱۰^{-۲}} = \sqrt{۱/۶ \times ۱۰^{-۷}} = \sqrt{۱۶ \times ۱۰^{-۸}} = ۴ \times ۱۰^{-۴} mol/L$$

توجه: چون مقدار عددی ثابت تعادلی خیلی کوچک است پس غلظت اولیه و تعادلی HF تقریباً برابر است.

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۸ \times ۱۰^{-۲} \times \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{۴ \times ۱۰^{-۴}}{۸ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۱} = ۰/۰۵$$

۱۷۴ - گزینه ۳ عبارت‌های الف، پ و ت درست هستند.

ترکیب داده‌شده مربوط به یک استر است که به دلیل غلبهٔ بخش ناقطبی بر بخش قطبی در آن، در آب نامحلول است و در حلال‌های ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود.

۱۷۵ - گزینه ۴

$$?kg \text{ صابون} = ۲۲/۲۵kg \text{ چربی} \times \frac{۱۰۰۰g \text{ چربی}}{۱kg \text{ چربی}} \times \frac{۱mol \text{ چربی}}{۸۹۰g \text{ چربی}} \times \frac{۳mol \text{ صابون}}{۱mol \text{ چربی}} \times \frac{۳۰۶g \text{ صابون}}{۱mol \text{ صابون}} \times \frac{۱kg \text{ صابون}}{۱۰^۳g \text{ صابون}} \times \frac{۴۰g \text{ عملی}}{۱۰۰g \text{ نظری}} = ۹/۱۸kg \text{ صابون}$$

۱۷۶ - گزینه ۳ فرمول عمومی صابون جامد با زنجیر آلکیل به‌صورت $C_nH_{۲n-۱}O_۲Na$ یا $C_{n'}H_{۲n'+۱}COONa$ می‌باشد (n: کل کربن‌های صابون n': کربن‌های زنجیر آلکیل)

پس فرمول شیمیایی صابون ذکرشده به‌صورت زیر خواهد بود:

$$C_{۱۶}H_{۳۳}COONa \text{ یا } C_{۱۷}H_{۳۳}O_۲Na$$

۱۷۷ - گزینه ۴ در شرایط یکسان هرچه شمار یون‌های موجود در محلول بیشتر باشد، رسانایی آن محلول بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: شکر در آب یون تولید نمی‌کند، پس این محلول رسانایی ناچیزی دارد.

گزینهٔ «۲»:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow [H^+] = [CH_۳COO^-] = ۰/۰۰۲ \frac{mol}{L}$$

$$\text{شمار یون‌ها} = ۰/۰۰۲ + ۰/۰۰۲ = ۰/۰۰۴ mol$$

گزینهٔ «۳»: هیدروکلریک‌اسید، یک اسید قوی بوده و به‌طور کامل یونیده می‌شود.

$$\text{شمار یون‌ها} = ۲ \times \text{شمار مولکول} = ۲ \times ۰/۰۱ = ۰/۰۲ mol$$

گزینهٔ «۴»: سدیم‌کلرید ترکیب یونی محلول در آب است.

$$NaCl(s) \rightarrow Na^+(aq) + Cl^-(aq)$$

$$\text{شمار یون‌ها} = ۲ \times ۰/۰۵ = ۰/۱ mol$$

۱۷۸ - گزینه ۴ فرض می‌کنیم در ابتدا a مول نیتروآسید به آب افزوده شده باشد، پس:

$$HNO_2(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + NO_2^-(aq)$$

مقدار مول اولیه :	$a mol$	$0 mol$	$0 mol$
مقدار مول تعادلی :	$a-x$	x	x

$$K_a = \frac{[H^+][NO_2^-]}{[HNO_2]} \Rightarrow 4/5 \times 10^{-4} = \frac{(\frac{x}{5}) \times (\frac{x}{5})}{(\frac{a}{5})}$$

از آن‌جا که مجموع مول یون‌های $H^+(aq)$ و $NO_2^-(aq)$ برابر ۰٫۳ مول است، داریم:

$$x + x = 0/3 \Rightarrow x = 0/15 mol$$

پس:

$$4/5 \times 10^{-4} = \frac{(\frac{0/15}{\not{5}}) \times (\frac{0/15}{5})}{(\frac{a}{\not{5}})} \Rightarrow a = \frac{(0/15)^2}{4/5 \times 10^{-4} \times 5} = \frac{15^2 \times \not{10^{-4}}}{4/5 \times \not{10^{-4}} \times 5} = \frac{15 \times 3 \times \not{5}}{4/5 \times \not{5}} = 10 mol HNO_2$$

پس مقدار مول اولیهٔ HNO_2 برابر ۱۰ مول بوده است.

۱۷۹ - گزینه ۱ معادلهٔ واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:

$$(1): CaO + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2O$$
$$(1): BaO + 2HCl \rightarrow BaCl_2 + H_2O$$

جرم CaO و BaO را به ترتیب با a و b نمایش می‌دهیم:

$$(*) a + b = 10 g$$

$$?\, mol HCl\,[\text{واکنش } 1] = a g\, CaO \times \frac{1 mol\, CaO}{56 g\, CaO} \times \frac{2 mol\, HCl}{1 mol\, CaO} = \frac{a}{28} mol HCl$$
$$?\, mol HCl\,[\text{واکنش } 2] = b g\, BaO \times \frac{1 mol\, BaO}{153 g\, BaO} \times \frac{2 mol\, HCl}{1 mol\, BaO} = \frac{2b}{153} mol HCl$$
$$\frac{a}{28} + \frac{2b}{153} = (0/1 L \times 2/5 \frac{mol}{L}) \Rightarrow \frac{a}{28} + \frac{2b}{153} = \frac{1}{4} (**)$$

$$(*) + (**) \Rightarrow \begin{cases} a = 5/27 \\ b = 4/73 \end{cases}$$
$$\%BaO = \frac{4/73 g}{10 g} \times 100 = \%47/3$$

۱۸۰ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف) درست است. زیرا در پاک‌کننده‌های غیرصابونی از گروه سولفونات (SO_3^-) به جای گروه کربوکسیلات (CO_2^-) استفاده می‌شود.

عبارت (ب) نادرست است. زیرا در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی بخش ناقطبی دارای ساختار آروماتیک (حلقه بنزن) است.

عبارت (پ) درست است. تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی توسط فرایندهای پیچیده در صنایع پتروشیمیایی صورت می‌پذیرد.

عبارت (ت) درست است. نقش یون سدیم در هر دو نوع پاک‌کننده یکسان است.

۱۸۱ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست. چربی شامل مخلوطی از اسیدهای چرب (شکل ۱) و استرهای سنگین (شکل ۲) است.

گزینهٔ «۲»: درست. هر دو ماده با سدیم هیدروکسید واکنش داده و نمک سدیم اسید چرب تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ «۳»: نادرست. شکل ۲ یک استر بلندزنجیر (با جرم مولی زیاد) را نشان می‌دهد.

گزینهٔ «۴»: نادرست. در چربی‌ها نیروی بین مولکولی غالب از نوع واندروالسی است.

۱۸۲ - گزینه ۱ بررسی موارد:

مورد «آ»: نادرست. زیرا آرنیوس بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد نه هر حلال دیگری.

مورد «ب»: نادرست. زیرا برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک و درنتیجه افزایش pH، به آن آهک (CaO) اضافه می‌کنند.

مورد «پ»: نادرست. زیرا:

$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$$

طبق واکنش ۲ مول H^+ و ۲ مول NO_3^- تولید می‌کند.

مورد «ت»: نادرست. زیرا هر مول BaO در اثر حل شدن و واکنش با آب، ۳ مول یون تولید می‌کند.

$$BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2 \rightarrow Ba^{2+} + 2OH^-$$

مورد «ث»: درست. زیرا N_2O_5 و SO_3 هر دو اکسید نافلزی هستند و خاصیت اسیدی دارند و رنگ کاغذ pH در محلول هر دو قرمز است.

$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$$
$$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 \rightarrow H^+ + HSO_4^-$$

۱۸۳ - گزینه ۳

$$CH_3COOH \rightleftharpoons H^+ + CH_3COO^-$$

$$K_a = \frac{[H^+][CH_3COO^-]}{CH_3COOH} = \frac{X^2}{2 - X}$$

از X می‌توان در مخرج صرف‌نظر کرد، زیرا مقدار آن ناچیز است.

$$K_a = \frac{X^2}{2} = 18 \times 10^{-6} \Rightarrow X^2 = 36 \times 10^{-6} \Rightarrow X = 6 \times 10^{-3}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times 100 = \frac{6 \times 10^{-3}}{2} \times 100 = \%0/3$$

۱۸۴ - گزینه ۲ عسل وقتی وارد آب می‌شود با آن پیوند هیدروژنی برقرار کرده و در سراسر آن پخش می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ ۱) چه لکهٔ چربی و چه گل‌ولای هر دو جزو آلاینده‌ها محسوب می‌شوند.

گزینهٔ ۳) چربی مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر است. خود اسید چرب، کربوکسیلیک اسید با زنجیر بلند کربنی می‌باشد.

گزینهٔ ۴) افزودن آنزیم به صابون تأثیری بر قدرت پاک‌کنندگی در آب سخت ندارد. زیرا، رسوب‌های $(RCOO)_2Ca$ و $(RCOO)_2mg$ تشکیل می‌شود.

۱۸۵ - گزینه ۲ آ) درست، CaO یک اسید فلزی با خاصیت قلیایی است که از آن برای خنثی کردن رودخانه‌های اکسیدی استفاده می کنند.

ب) نادرست، هنگام ترش‌شدن شیر غلظت H^+ (هیدرونیوم) افزایش می‌یابد.

پ) درست، بزاق (آب دهان) دارای $pH < 7$ می‌باشد.

ت) نادرست، معده اسیدی و روده دارای محیط بازی می‌باشد.

۱۸۶ - گزینه ۲

$$\text{صابون} : RCOONa = C_nH_{2n+1}COONa \xrightarrow{\text{تعداد کربن}} n + 1$$

محاسبهٔ هیدروژن پاک‌کنندهٔ صابونی:

$$\frac{\text{درصد جرمی } C}{\text{درصد جرمی } O} = \frac{\frac{\text{جرم } C}{\text{جرم ترکیب}} \times 100}{\frac{\text{جرم } O}{\text{جرم ترکیب}} \times 100} \Rightarrow \frac{57}{8} = \frac{(n+1) \times 12}{2 \times 16}$$

$$\Rightarrow 57 = (n+1) \times 3 \Rightarrow n + 1 = 19 \Rightarrow n = 18$$

$$\text{فرمول پاک‌کنندهٔ صابونی} = C_{18}H_{37}COONa$$

پس در پاک‌کنندهٔ غیرصابونی ۳۷ اتم هیدروژن وجود دارد:

$$\text{پاک کنندهٔ غیرصابونی} = C_mH_{2m+1}C_6H_4SO_3Na \xrightarrow{\text{تعداد هیدروژن}} 2m + 5$$

$$2m + 5 = 37 \Rightarrow 2m = 32 \Rightarrow m = 16$$

فرمول پاک‌کنندهٔ غیرصابونی:

$$C_{16}H_{33}C_6H_4SO_3Na = C_{22}H_{37}SO_3Na$$

$$\text{درصد جرمی } S = \frac{\text{جرم } S}{\text{جرم ترکیب}} \times 100 = \frac{32}{22(12) + 37(1) + 32 + 3(16) + 23} \times 100 = 7/9\%$$

۱۸۷ - گزینه ۳ یونش کربوکسیلیک اسیدها مانند بقیه اسیدهای ضعیف به‌صورت تعادلی و ناقص است.

گزینهٔ «۱»: در یک سامانه تعادلی غلظت گونه‌ها ثابت می‌شود نه برابر.

گزینهٔ «۲»: ثابت یونش یک اسید تنها به دما بستگی دارد.

گزینهٔ «۳»: در یک سامانه تعادلی واکنش‌های رفت و برگشت همزمان و با سرعت برابر انجام می‌شوند.

۱۸۸ - گزینه ۴ آ) ثابت یونش HA بزرگتر از HB است. $\Leftarrow HA$ اسید قوی‌تری است.

ب) هرچه قدرت اسیدی بیشتر، pH کمتر است. HA اسید قوی‌تری است پس pH محلول آن کمتر است.

پ) هر چه اسید قوی‌تر، درجه یونش بیشتر.

ت) HA اسید قوی‌تری است پس بیشتر یونیده می‌شود. در نتیجه مولکول‌های HA باقی‌مانده T کمتر خواهد بود.

۱۸۹ - گزینه ۱ مورد «الف» صحیح است.

مورد «ب» ارتفاع کف یکسان نیست. زیرا صابون در آب سخت رسوب تشکیل داده و به خوبی کف نمی‌کنند.

مورد «پ»

$$RC_6H_4SO_3^-Na^+ \xrightarrow{\text{۳۳ هیدروژن}} C_{14}H_{29}C_6H_4SO_3^-Na^+ : 376g \cdot mol^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 42\ g \cdot mol^{-1}$$

$$RCOONa^+ \xrightarrow{\text{۲۰ کربن}} C_{19}H_{39}COO^-Na^+ : 334g \cdot mol^{-1}$$

مورد «ت» تعداد کربن در این دو پاک‌کننده برابر بوده اما تعداد اکسیژن آن‌ها، ۱ واحد با هم اختلاف دارند.

۱۹۰ - گزینه ۳ معادلهٔ حل شدن هریک از ترکیب‌ها در آب را می‌نویسیم:

$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 \rightarrow 2H^+ + SO_4^{2-}$ خاصیت اسیدی← **۳** مول یون

$NaOH \rightarrow Na^+ + OH^-$ خاصیت بازی← **۲** مول یون

$K_2O + H_2O \rightarrow 2KOH \rightarrow 2K^+ + 2OH^-$ خاصیت بازی← **۴** مول یون

$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$ خاصیت اسیدی← **۴** مول یون

$CH_3COOH \rightleftharpoons CH_3COO^- + H^+$ خاصیت اسیدی ← چون یک اسید ضعیف است کمتر از **۲** مول یون آزاد می‌کند.

موادی که خاصیت اسیدی دارند رنگ کاغذ PH را قرمز می‌کنند و موادی که خاصیت بازی دارند PH محلول را افزایش می‌دهند.