



ام اس بوک

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: اختصاصی ریاضی - ۱۰۹۱۲

۱- اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} [ax^3 - 3ax^2 + 4a]$ برابر صفر باشد، حدود a کدام است؟

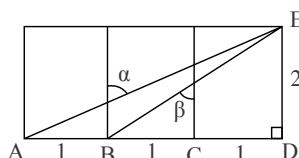
- ① $a \leq 0$ ② $a \geq 0$ ③ $a \geq -1$ ④ $a \leq -1$

۲- اگر $x^2 = f(x-1) + 2f(1-x)$ باشد، مقدار عددی $f'(1)$ کدام است؟

- ① $\frac{3}{4}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$

۳- خط به معادله $y = x + 4$ محور تقارن منحنی تابع $y = \frac{(2a-1)x+3}{2x+a}$ است. عرض از مبدا محور تقارن دیگر آن، کدام است؟

- ① -2 ② 1 ③ -1 ④ 2



۴- در شکل مقابل، حاصل $\cot \hat{\beta} + \cot \hat{\alpha}$ کدام است؟

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{6}{5}$

۵- تابع $f(x) = \frac{1}{x-|x|}$ چند مجانب قائم دارد؟

- ① صفر ② 1 ③ 2 ④ بی شمار

۶- در تابع $f(x) = (2+x)(2^2+x^2)(2^4+x^4) \dots (2^{2^n}+x^{2^n})$ حاصل $f'(0)$ کدام است؟

- ① $2^{2^{n+1}}$ ② $2^{2^{n+1}} - 2$ ③ $2^{2^{n+1}-2}$ ④ $2^{2^{n+1}} - 1$

۷- کدام یک از توابع زیر، تابعی متناوب است؟

- ① $f(x) = \sin |3x|$ ② $f(x) = \cos |4x|$ ③ $f(x) = \tan |\Delta x|$ ④ $f(x) = \cot |6x|$

۸- کوتاه‌ترین فاصله‌ی مبدأ مختصات از منحنی به معادله‌ی $y^2 = -4x + 6$ کدام است؟

- ① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \in \mathbb{Z} \\ x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ مفروض است اگر تابع $g(x) = (x^2 + mx + n)f(x)$ بر بازه $(-4, 2)$ پیوسته باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

- ① -11 ② 11 ③ 1 ④ -1

۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^3 - 8|}{x - \sqrt{2x}}$ کدام است؟

- ① -24 ② -16 ③ 16 ④ 24

۱۱- تابع براکت $y = (4x - 3\pi) [\sqrt{2}(\sin x + \cos x)]$ چند نقطه ناپیوستگی در بازه $(0, 2\pi)$ دارد؟ []، نماد جزء صحیح است.

- ① 6 ② 5 ③ 7 ④ 8

۱۲- حاصل عبارت $\sin \frac{5\pi}{4} + \sin(\lambda\pi - \frac{\pi}{4}) + \sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{9\pi}{4}$ چقدر است؟

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ صفر

۱۳- اگر $a + b = \frac{\pi}{4}$ و $\cos(a - b) = \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه $\sin 2a$ کدام می‌تواند باشد؟

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ③ $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۴- اگر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x-1} & x < 1 \\ 2\sqrt{1+2x} & x \geq 1 \end{cases}$ در بازه $[-2, 4]$ از آهنگ لحظه‌ای این تابع در نقطه $x = 4$ یک واحد کم‌تر باشد، مقدار a کدام است؟

- ① ۳ ② ۱۲ ③ -۶ ④ ۶

۱۵- تابع $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 24x^2 - 10x - 1$ چند نقطه ی بحرانی دارد؟

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۱۶- به ازای کدام مقدارهای a ماکسیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 3x + a}{x - 1}$ قبل از مجانب قائم قرار می‌گیرد؟

- ① $a > 2$ ② $a < 2$ ③ $a \geq 2$ ④ هیچ مقدار a

۱۷- در تابع $y = \begin{cases} x^3 & |x| \geq 1 \\ 2x^2 - 1 & |x| < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1 + \Delta x) - 1}{\Delta x}$ چقدر است؟

- ① ۳ ② -۳ ③ ۴ ④ -۴

۱۸- دوره تناوب تابع $f(x) = (1 - \cos 2x) \cos^2 x$ برابر کدام است؟

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ π ④ $\frac{3\pi}{4}$

۱۹- اگر x حاده و $\sin(x + \frac{\pi}{5}) + \cos(x - \frac{3\pi}{10}) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل $\cos(7x + \frac{\pi}{15})$ کدام است؟

- ① ۲ ② $-\sqrt{3}$ ③ -۱ ④ $-\frac{1}{2}$

۲۰- در مورد تابع $f(x) = |x| - [|x|]$ در مبدأ مختصات کدام صحیح است؟

- ① مشتق چپ و راست دارد ولی برابر نیستند. ② مشتق‌پذیر است.
③ مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد. ④ نه مشتق چپ دارد و نه مشتق راست.

۲۱- مختصات چهار رأس هرمی $A(1, 2, 3)$ و $B(1, 2, 1)$ و $C(1, 6, 1)$ و $D(-1, 2, 4)$ است حجم هر چقدر است؟

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$

۲۲- اگر $|\vec{a}| = 3$ و $|\vec{b}| = 2$ و $a \cdot b = \frac{18}{5}$ مساحت مثلثی که روی دو بردار a و b ساخته می‌شود چقدر است؟

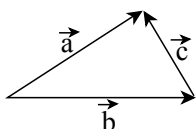
- ① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{18}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{36}{5}$

۲۳- اگر M وسط ضلع BC از چهار ضلعی $ABCD$ باشد $\vec{AD} - \vec{BA} - \vec{CD} = \vec{KM}$ کدام است؟

- ① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ -۲

۲۴- اگر داشته باشیم $a = b + c$ اندازه ی بردار $u = a \times b + b \times c - c \times a$ چند برابر مساحت مثلث زیر است؟

- ① ۶ ② ۴ ③ ۲ ④ ۰



۲۵- اگر از ضرب داخلی دو بردار داشته باشیم $x \cos \alpha + 2y \sin \alpha - z = 6$ آنگاه کمترین مقدار $4x^2 + 16y^2 + 2z^2$ کدام است؟

- ① ۴۸ ② ۱۶ ③ ۳۲ ④ ۶۴

۲۶- تصویر قائم بردار $a = 2i + j - 4k$ بر امتداد بردار $b = -i + 2k$ کدام است؟

- ① $(2, 0, -4)$ ② $(-2, 0, 4)$ ③ $(2, 1, -4)$ ④ $(-2, 1, 4)$

۲۷- اگر $a = (2, -3, 1)$, $b = (1, 2, -4)$ باشند، حجم متوازی السطوحی که بر روی سه بردار a و b و $a \times b$ ساخته شود کدام است؟

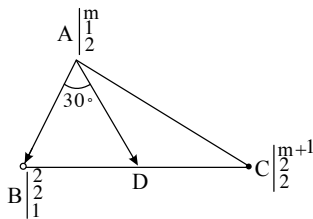
- ① ۲۲۵ ② ۲۳۰ ③ ۲۴۵ ④ ۲۵۰

۲۸- قرینه بردار $\vec{a} = (m-1, n+1, 2)$ نسبت به محور z را $\vec{a}'$ و قرینه بردار $\vec{b} = (-1, 2, -3)$ نسبت به صفحه xoz را $\vec{b}'$ می‌نامیم. در صورتی که $\vec{a}'$ و $\vec{b}'$ در یک راستا باشند، مقدار $m+n$ کدام است؟

- ① -۲ ② ۲ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$

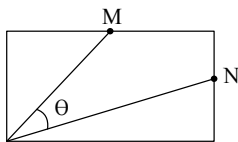
۲۹- اگر $A(1, 2, -1)$ و $B(0, 1, 1)$ و $C(-1, 1, 0)$ سه رأس یک مثلث بوده و H پای ارتفاع وارد بر ضلع AB باشند، طول BH کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$



۳۰- در مثلث مقابل زاویه بین $\vec{AB}$ و $\vec{AD}$ (نیمساز زاویه A) برابر 30° است. مقدار ماکزیم m کدام است؟

- ① ۲ ② ۴ ③ ۶ ④ ۸



۳۱- در مستطیل مقابل اگر M و N وسط اضلاع مستطیل به طول و عرض ۴ و ۲ باشد، $\cos \theta$ کدام است؟

- ① $\frac{10}{\sqrt{17}}$ ② $\frac{5\sqrt{34}}{17}$ ③ $\frac{5\sqrt{34}}{34}$ ④ $\frac{5\sqrt{17}}{17}$

۳۲- اگر بردار $a'' = -2i + 3j - k$ قرینه بردار $a = -3i + j + 2k$ نسبت به بردار b باشد، بردار b می‌تواند باشد؟

- ① $-5i + 4j - k$ ② $5i + 4j - k$ ③ $-10i + 8j - k$ ④ $\frac{5}{2}i - 2j - \frac{1}{2}k$

۳۳- اگر $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{3} = 1$ ، کمترین مقدار عبارت $4x^2 + 2y^2 + 2z^2$ کدام است؟

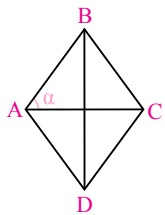
- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{144}{25}$ ③ $\frac{12}{25}$ ④ $\frac{144}{5}$

۳۴- اگر حجم چهار وجهی ساخته شده روی سه بردار $a = (-1, 1, -2)$ ، $b = (m+2, -2, 1)$ و $c = (2, 0, -1)$ برابر یک واحد باشد، حداکثر مقدار m کدام است؟

- ① ۰ ② ۶ ③ ۱۲ ④ ۱۸

۳۵- اگر $2x - y + 3z = 6$ آنگاه کمترین مقدار عبارت $2x^2 + (y+4)^2 + z^2$ چقدر است؟ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ۱

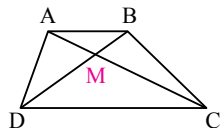


۳۶- در لوزی شکل داده شده، $|AD| = 4$ و $|AC| = 4$. حاصل عبارت $\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AD}$ کدام است؟

- ① صفر
② -۸
③ ۸
④ -۱۶

۳۷- اگر $a(x, 2x, 2x)$ و $|b| = 3$ و بردارهای $a+b$ و $a-b$ بر هم عمود باشند، آن گاه تصویر بردار a بر روی صفحه xOy کدام است؟

- ① $(2, 0, 4)$
② $(3, 6, 0)$
③ $(1, 2, 0)$
④ $(-3, -6, 0)$



۳۸- در شکل مقابل $ABCD$ دوزنقه بوده و داریم: $A(1, 1, 1)$ ، $D(-2, 3, 0)$ و $M(1, -1, 0)$ ، مساحت مثلث MBC چقدر است؟

- ① $\frac{1}{2}\sqrt{61}$
② $\sqrt{61}$
③ $\frac{3}{2}\sqrt{61}$
④ $2\sqrt{61}$

۳۹- در چهارضلعی $ABCD$ ، $AB = AD$ ، $CB = CD$ می باشد، چند نقطه مانند M روی محیط آن وجود دارد، به طوری که $\vec{BM} \cdot \vec{BD} = \frac{1}{2}|\vec{BD}|^2$ باشد؟

- ① هیچ
② بی شمار
③ یک
④ دو

۴۰- اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار و $|\vec{a} - \vec{b}| = 12$ باشد، کمترین مقدار ضرب داخلی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟

- ① ۱۲
② ۳۶
③ -۱۲
④ -۳۶

۴۱- در یک کلاس ۱۵ نفره، کدام گزینه غلط است؟

- ① حداقل ۲ نفر در یک ماه به دنیا آمده اند.
② حداقل ۳ نفر در یک روز از هفته به دنیا آمده اند.
③ دست کم ۲ روز از هفته وجود دارد که در آن بیش از ۲ نفر به دنیا آمده است.
④ می تواند کسی متولد ماه مهر نباشد.

۴۲- در کدام مجموعه حداقل دو عضو دارای باقی مانده یکسان بر عدد ۱۰ هستند؟

- ① $\{a^{10}, a^{10} + 1, \dots, a^{10} + 9\}$
② $\{a - 9, a - 8, \dots, a\}$
③ $\{a + b, a + b + 1, \dots, a + b + 9\}$
④ $\{a, a + 1, \dots, a + 10\}$

۴۳- زیر مجموعه n عضوی از مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی انتخاب می کنیم. n حداکثر چند باشد تا مطمئن شویم مجموع هیچ دو عضوی از زیر مجموعه انتخاب شده برابر با ۱۰۹ نیست؟

- ① ۴۵
② ۴۴
③ ۴۶
④ ۴۳

۴۴- در یک کیسه ۳ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۵ مهره سبز وجود دارد. حداقل چند مهره از کیسه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل یکی از مهره های خارج شده آبی است؟

- ① ۸
② ۱۰
③ ۹
④ ۱۲

۴۵- یک کارخانه خودروهایی در ۳ مدل مختلف و ۷ رنگ مختلف تولید می کند. حداقل چند خودرو از این کارخانه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو خودرو هم مدل و هم رنگ باشند؟

- ① ۴
② ۸
③ ۱۱
④ ۲۲

۴۶- یک کلاس حداقل چند دانش آموز داشته باشد تا مطمئن شویم حرف اول نام حداقل ۶ نفر از دانش آموزان همانند یکدیگر باشد؟

- ① ۱۶۰
② ۱۸۶
③ ۱۶۱
④ ۱۸۷

۴۷- در داخل مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع ۱۲، حداقل چند نقطه انتخاب کنیم تا مطمئن شویم در بین نقاط منتخب فاصله دو نقطه کم تر از ۴ واحد باشد؟

- ① ۵ ② ۱۷ ③ ۱۰ ④ ۳

۴۸- آرش، ایمیلی دارد که فقط ۴ تا از دوستانش نشانی اش را دارند. امروز آرش ۸ نامه دریافت کرد. کدام یک از گزینه های زیر حتماً درست است؟

- ① آرش از هریک از دوستانش دقیقاً ۲ نامه دریافت کرده است. ② امکان ندارد که آرش از یکی از دوستانش ۸ نامه دریافت کرده باشد.
③ آرش از هریک از دوستانش حداکثر یک نامه دریافت کرده است. ④ آرش از یکی از دوستانش دست کم دو نامه دریافت کرده است.

۴۹- چند تابع غیر یک به یک از مجموعه $\{a, b, c, d\}$ به مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ می توان نوشت که حتماً دوتایی مرتب $(d, 4)$ را داشته باشد؟

- ① ۶۴ ② ۵۸ ③ ۵۲ ④ ۲۶

۵۰- اگر مجموعه A را به صورت $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ تعریف کنیم، آنگاه چند تابع پوشا از A روی خودش می توان تعریف کرد؟

- ① ۲۴ ② ۱۶ ③ ۱۲۰ ④ ۷۲۰

۵۱- از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 31, 32\}$ حداقل چند عدد متمایز انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم، تفاضل حداقل ۲ عدد از اعداد انتخابی برابر با ۱ است؟

- ① ۱۵ ② ۱۶ ③ ۱۷ ④ ۱۸

۵۲- اختلاف تعداد توابع یک به یک و غیر یک به یک از مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ به مجموعه $B = \{x, y, z, f, k\}$ که شامل زوج مرتب (a, z) هستند چقدر است؟

- ① ۶۲۸ ② ۶۰۱ ③ ۵۷۷ ④ ۵۵۳

۵۳- اگر حداقل ۸۸ عدد از میان اعداد طبیعی انتخاب کنیم، می توانیم مطمئن باشیم دو عدد از آن ها در تقسیم بر x و هم در تقسیم بر ۳ باقی مانده یکسانی دارند. x کدام گزینه می تواند باشد؟

- ① ۲۳ ② ۱۷ ③ ۲۹ ④ ۱۹

۵۴- از بین کارت هایی که با ارقام ۱ تا ۱۶ شماره گذاری شده اند، حداقل چند کارت انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم تفاضل ارقام روی حداقل دو کارت برابر ۷ است؟

- ① ۱۲ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۴

۵۵- مجموعه A زیرمجموعه ای از اعداد طبیعی است که اعضای آن به جز اعداد ۲، ۵، ۱۱ و ۳۷ بر هیچ کدام از اعداد اول دیگر بخش پذیر نیست. با انتخاب حداقل چند عضو می توان مطمئن بود که حاصل ضرب حداقل دو عضو از آن ها به صورت مربع کامل است؟

- ① ۹ ② ۱۳ ③ ۱۷ ④ ۱۹

۵۶- در واکنش هسته ای ${}^{236}_{92}\text{U}^* \Rightarrow {}^{138}_{56}\text{Ba} + {}^{95}_{36}\text{Kr} + ?$ عبارت است از:

- ① ۳ ذره ی نوترون ② یک ذره ی بتا ③ ۳ ذره ی پروتون ④ یک ذره ی آلفا

۵۷- نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۱۴ روز می باشد. اگر پس از ۷۰ روز یک گرم از این عنصر به صورت فعال باقی بماند مقدار اولیه آن چند گرم است؟

- ① ۱۶ ② ۳۲ ③ ۱۲ ④ ۲۴

۵۸- عنصر ${}^{11}_6\text{C}$ با تابش یک پوزیترون به کدام تبدیل می شود؟

- ① ${}^{11}_5\text{B}$ ② ${}^{10}_5\text{B}$ ③ ${}^{12}_6\text{C}$ ④ ${}^{11}_7\text{N}$

۵۹- اگر در یک واکنش هسته‌ای یک گرم جرم تبدیل به انرژی شود، انرژی حاصل چه جرمی از ماده را می‌تواند یک صد متر از سطح زمین بالا ببرد؟

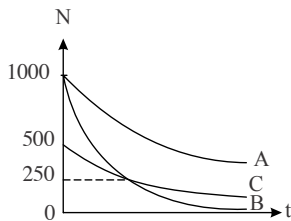
$$\left(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$$

- ① ۹۰ میلیون تن ② ۹۰ تن ③ ۴۵۰ میلیون کیلوگرم ④ ۴۵۰ کیلوگرم

۶۰- در واپاشی هسته‌های ناپایدار، کدام مورد درست است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- ① هنگام گسیل پوزیترون بار هسته به اندازه $1.6 \times 10^{-19} C$ افزایش می‌یابد. ② هنگام گسیل الکترون بار هسته به اندازه $1.6 \times 10^{-19} C$ کاهش می‌یابد.
③ هنگام گسیل α بار هسته به اندازه $3.2 \times 10^{-19} C$ کاهش می‌یابد. ④ هنگام گسیل گاما، پوزیترون و الکترون، بار هسته ثابت می‌ماند.

۶۱- نمودار تعداد هسته‌های سه عنصر پرتوزا بر حسب زمان، مطابق شکل زیر است. اگر نیمه عمر این سه عنصر T_A, T_B, T_C باشد، کدام مورد درست است؟



① $T_A = T_C > T_B$

② $T_A > T_B = T_C$

③ $T_A > T_B > T_C$

④ $T_A > T_C > T_B$

۶۲- نیمه عمر یک عنصر پرتوزا، ۵۰ ثانیه است. پس از گذشت دو دقیقه و نیم، چند درصد از هسته‌های اولیه آن متلاشی می‌شوند؟

- ① ۶۸٫۷۵ ② ۳۱٫۲۵ ③ ۸۷٫۵ ④ ۱۲٫۵

۶۳- پرتوی α در ورقه نازک سربی نفوذ می‌کند و پس از طی مسافت d متوقف می‌شود. اگر پرتوهای β و γ در ورقه سربی نفوذ کنند، سپس از طی مسافت‌های d' و d'' متوقف می‌شوند. نسبت‌های تقریبی $\frac{d''}{d}$ و $\frac{d'}{d}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- ① 10^3 و 10^2 ② 10^3 و 10^1 ③ 10^{-1} و 10^{-4} ④ 10^4 و 10^1

۶۴- در یک واکنش هسته‌ای، ۶ میلی گرم جرم به انرژی تبدیل شده است. این انرژی، معادل انرژی لازم برای مصرف ۵ ساعت چند عدد مقاومت مشابه ۱۰ اهمی است که همگی به طور موازی به ولتاژ ۲۰۰ ولت وصل می‌شوند؟ ($c = 3 \times 10^8 m/s$)

- ① ۱۵۰۰ ② ۱۵۰۰۰ ③ ۷۵۰ ④ ۷۵۰۰

۶۵- نیمه عمر یک ماده پرتوزا یک هفته است. پس از گذشت چند شبانه روز، $\frac{31}{32}$ هسته‌های پرتوزای اولیه واپاشی شده‌اند؟

- ① ۴۹ ② ۴۲ ③ ۳۵ ④ ۲۸

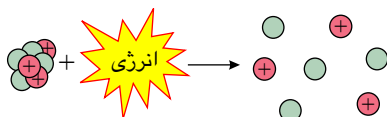
۶۶- از تعداد هسته‌های اولیه یک ماده رادیواکتیو با نیمه عمر ۲ ساعت، پس از x ساعت ۲۵٪ باقی مانده است. پس از $(x + 4)$ ساعت، چند درصد هسته‌های اولیه این ماده واپاشی می‌شوند؟

- ① ۹۳٫۷۵ ② ۶٫۲۵ ③ ۸۷٫۵ ④ ۱۲٫۵

۶۷- از یک ماده پرتوزا پس از گذشت n نیمه عمر، ۱۲٫۵ درصد هسته‌های اولیه باقی می‌مانند. پس از گذشت n نیمه عمر دیگر، چه کسری از هسته‌های اولیه دچار واپاشی می‌شوند؟

- ① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{63}{64}$ ③ $\frac{1}{128}$ ④ $\frac{127}{128}$

۶۸- در واکنش مقابل، اختلاف جرم نوکلئون‌های جدا شده و جرم هسته برابر ۳۲ میلی گرم است. انرژی لازم برای تقسیم هسته به نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن، چند الکترون ولت است؟ ($c = 3 \times 10^8 m/s$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)



- ① 1.8×10^{31} ② 1.8×10^{29} ③ 4.6×10^{-7} ④ 4.6×10^{-9}

۶۹- کدام یک از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) نیروی الکتروستاتیکی از نوع ربایشی بوده و بین پروتون‌ها ایجاد می‌شود.

(ب) نیروی گرانشی از نوع ربایشی بوده و بین نوکلئون‌ها ایجاد می‌شود.

(ج) نیروی هسته‌ای از نوع ربایشی بوده و بین نوکلئون‌ها ایجاد می‌شود.

(د) نیروی الکتروستاتیکی و نیروی هسته‌ای هر دو کوتاه‌برد می‌باشند.

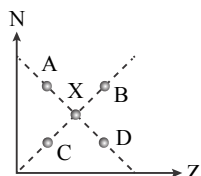
④ «ب» و «د»

③ «ج» و «د»

② «ب» و «ج»

① «الف» و «ب»

۷۰- نمودار مقابل تعداد نوترون‌های عناصر مختلف را برحسب عدد اتمی نشان می‌دهد. اگر عنصر X یک پرتو β^+ تابش کند، به کدام یک از عناصر ممکن است تبدیل شود؟



② B

① A

④ D

③ C

۷۱- هنگامی که یک هسته سنگین به دو هسته سبک‌تر شکافته می‌شود، تابش کدام پرتو باعث افزایش مجموع تعداد نوترون‌های محصولات واکنش می‌شود؟

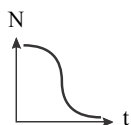
④ β^+

③ β^-

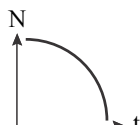
② γ

① α

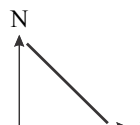
۷۲- کدام نمودار، واپاشی هسته‌های عنصر X را برحسب زمان درست نشان می‌دهند؟ (N : تعداد هسته‌های عنصر X است.)



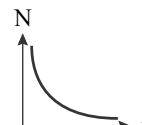
④



③

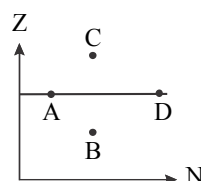


②



①

۷۳- نمودار مقابل عدد اتمی برحسب عدد نوترونی است. کدامیک از عناصر A ، B ، C و D با یک‌دیگر خواص شیمیایی یکسانی دارند؟



② B و C

① A و C

④ A و B

③ A و D

۷۴- بار هسته ${}^{56}_{24}\text{Fe}$ برابر $1.6 \times 10^{-19} \text{ nC}$ است. این هسته شامل پروتون و نوترون است.

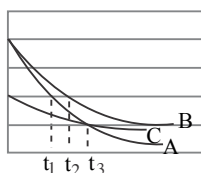
④ ۲۶ - ۳۰

③ ۲۹ - ۲۷

② ۲۷ - ۲۹

① ۲۸ - ۲۸

۷۵- شکل روبه‌رو، نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر پرتوزای سه نمونه را برحسب زمان نشان می‌دهد. در مقایسه نیمه‌عمر این سه نمونه چه می‌توان گفت؟



② $T_C > T_B > T_A$

① $T_A > T_B > T_C$

④ $T_C > T_A > T_B$

③ $T_B > T_C = T_A$

۷۶- زمانی که طول می‌کشد هسته مرکب ${}^{235}_{92}\text{U}^*$ واپاشی کند تقریباً چند پیکوثانیه است؟

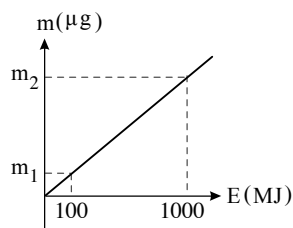
④ $\frac{1}{12}$

③ ۱۰

② ۱

① ۱۲

۷۷- با توجه به نمودار جرم تبدیل شده بر حسب انرژی مقابل، $\Delta M = m_2 - m_1$ بر حسب میکروگرم کدام است؟ $(C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۷۸- نپتونیم ${}^{237}_{93}NP$ با واپاشی از طریق گسیل سه ذره α و یک ذره β^- به هسته نهایی A_ZX تبدیل می‌شود. تعداد نوترون‌های هسته ایجاد شده کدام است؟

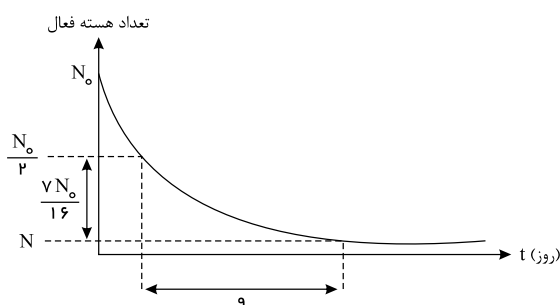
۱۷۵ (۴)

۱۶۸ (۳)

۱۴۳ (۲)

۱۳۷ (۱)

۷۹- نمودار واپاشی هسته‌های یک ماده پرتوزا به صورت شکل زیر است. نیمه‌عمر این ماده چند روز است؟



۲٫۷۵ (۱)

۳ (۲)

۱٫۹ (۳)

۴٫۶۵ (۴)

۸۰- در یک واپاشی، هسته‌های X پس از پرتوزایی به هسته‌های Y تبدیل می‌شوند. اگر در یک نمونه سنگ معدن، در ابتدا ۴۰ درصد هسته‌های این سنگ X باشد، پس از چند نیمه‌عمر هسته‌های X ، نسبت هسته‌های Y به X برابر ۱۹ می‌شود؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۸۱- یک مول گاز A تا دمای $500K$ در ظرف یک لیتری در بسته گرم می‌شود. اگر در حالت تعادل، ۲۰ درصد از این گاز مطابق واکنش $2A(g) \rightleftharpoons 2B(g) + C(g) + D(s)$ تفکیک شده باشد، مقدار عددی ثابت تعادل این واکنش در دمای آزمایش کدام است؟

$2,5 \times 10^{-2}$ (۴)

$6,25 \times 10^{-2}$ (۳)

$6,25 \times 10^{-3}$ (۲)

5×10^{-2} (۱)

۸۲- اگر واکنش تعادلی: $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ با افزایش دما، در جهت برگشت و بر اثر انتقال به ظرف سر بسته بزرگتر (در دمای ثابت) در جهت رفت جابه‌جا شود، کدام پیشگویی درباره آن درست است؟

(۲) واکنشی گرماگیر و b کوچکتر از a است.

(۱) واکنشی گرماگیر و b بزرگتر از a است.

(۴) (برگشت) $E_a > E_a$ (رفت) و b کوچکتر از a است.

(۳) (برگشت) $E_a > E_a$ (رفت) و b بزرگتر از a است.

۸۳- اگر مقدار ۱ مول گاز N_2O_5 را در یک ظرف سر بسته ۲ لیتری گرما دهیم تا تعادل گازی: $2N_2O_5(g) \rightleftharpoons 4NO_2(g) + O_2(g)$ برقرار شود، و در حالت تعادل، ۵۰ درصد این گاز تجزیه شده باشد، ثابت این تعادل در دمای آزمایش، بر حسب $mol^3 \cdot L^{-3}$ کدام است؟

۲٫۵ (۴)

۰٫۱۲۵ (۳)

۰٫۲۵ (۲)

۰٫۲ (۱)

۸۴- هرگاه یک واکنش برگشت پذیر، در یک دمای معین به حالت تعادل برسد در آن حالت:

(۲) سرعت واکنش رفت و سرعت واکنش برگشت به صفر می‌رسد.

(۱) غلظت مولی فراورده‌ها با غلظت واکنش دهنده‌ها برابر می‌شود.

(۴) واکنش‌های رفت و برگشت در سطح مولکولی متوقف می‌شوند.

(۳) نسبت غلظت مولی فراورده‌ها به واکنش دهنده ثابت باقی می‌ماند.

۸۵- ۶۲۵ گرم کلسیم کربنات خالص را در ظرف یک لیتری قرار می‌دهیم، در آن را می‌بندیم و دما را به $800^{\circ}C$ می‌رسانیم تا تعادل $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ برقرار شود، هرگاه جرم مواد جامد در موقع برقراری تعادل ۵۰۰ گرم باشد، ثابت تعادل (K)، واکنش کدام است؟ ($Ca = 40, C = 12, O = 16$) (المپیاد شیمی ۷۶)

- ① 500×10^{-2} ② $2,84 \times 10^{-3}$ ③ $2,50 \times 10^{-2}$ ④ $2,00 \times 10^{-1}$

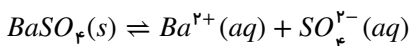
۸۶- تعادل $A(g) + B(g) \rightleftharpoons AB(g)$ از قرارداد ۱ مول A و ۱ مول B در یک ظرف دربسته‌ی ۱۰ لیتری در دمای ثابت حاصل شده است. اگر تعداد کل مول‌های موجود در ظرف موقع تعادل برابر با ۱٫۱ باشد، ثابت تعادل (K) واکنش کدام است؟

- ① ۹۰ ② ۱٫۱ ③ ۰٫۱۱ ④ ۹۰۰

۸۷- اگر سامانه گازی: $N_2O_4 \rightleftharpoons 2NO_2$ را در سرنگی جمع کرده، دهانه سرنگ را با انگشت بسته، یک بار گاز را تحت فشار قرار دهیم، بار دیگر فشار آن را کم کنیم، گاز به ترتیب چه می‌شود؟

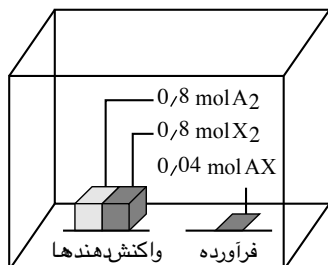
- ① پررنگ، کم‌رنگ، کم‌رنگ، پررنگ ② پررنگ، پررنگ‌تر-کم‌رنگ، کم‌رنگ‌تر ③ کم‌رنگ، پررنگ، پررنگ، کم‌رنگ ④ کم‌رنگ، کم‌رنگ‌تر-پررنگ، پررنگ‌تر

۸۸- واکنش تعادلی زیر را در نظر بگیرید. اگر در حالت تعادل، $[Ba^{2+}][SO_4^{2-}] = 2 \times 10^{-9} \text{ mol}^2 \cdot L^{-2}$ باشد، غلظت یون‌های $Ba^{2+}(aq)$ در محلول ۰٫۰۱ مولار سدیم سولفات پس از افزودن مقدار زیادی $BaSO_4(s)$ ، به تقریب برابر چند $\text{mol} \cdot L^{-1}$ است؟



- ① $4,5 \times 10^{-7}$ ② $4,5 \times 10^{-5}$ ③ 2×10^{-11} ④ 2×10^{-9}

۸۹- با توجه به داده‌های شکل زیر که مقدار واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها را در حالت تعادل در یک ظرف دو لیتری در دمای معین نشان می‌دهد، ثابت تعادل کدام است و اگر بتوانیم حجم ظرف را در دمای ثابت، به نصف کاهش دهیم، چه روی خواهد داد؟ (همه مواد گازی شکل‌اند.)



- ① $2,5 \times 10^{-3}$ ، وضعیت تعادل حفظ می‌شود. ② $1,66 \times 10^{-3}$ ، وضعیت تعادل حفظ می‌شود. ③ $2,5 \times 10^{-3}$ ، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. ④ $1,66 \times 10^{-3}$ ، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

۹۰- کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح می‌باشد؟

- الف) CO «کربن مونواکسید گازی بی‌رنگ با بوی تند است که حاصل سوختن ناقص بنزین در موتور خودروها است.
ب) بنزین مخلوطی از هیدروکربن‌های متفاوت است و یکی از آلاینده‌هایی که وارد هواکره می‌شود، C_xH_y است که معرف بنزین نسوخته است.
ج) ذره‌های معلق مانند C_xH_y یکی از آلاینده‌های هوای آلوده کلان شهرها است.
د) فرمول شیمیایی بنزین C_8H_{18} است و از سوختن کامل آن، بخار آب و CO_2 حاصل می‌شود.

- ① الف و د ② ب و ج ③ ب و د ④ ج و د

۹۱- هریک از عبارات‌های زیر معرف کدام یک از گازهای ذکر شده است؟

- الف) گازی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی که حاصل سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی است.
ب) از دگر شکل‌های اکسیژن است و واکنش پذیری آن بیشتر از O_2 است.
ج) از ترکیب نیتروژن موجود در هوا با اکسیژن در دمای بالای $1000^{\circ}C$ در موتور خودروها تولید می‌شود.

- ① الف: C ب: O ج: NO_2 ② الف: C ب: O_3 ج: NO ③ الف: CO ب: O ج: NO_2 ④ الف: CO ب: O_3 ج: NO

۹۲- استفاده از کاتالیز گر چه تعداد از موارد زیر را تغییر نمی‌دهد؟

ΔH°

- سرعت
- زمان انجام واکنش
- سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها
- مسیر انجام واکنش
- پایداری واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها

① ۳ ② ۲ ③ ۵ ④ ۴

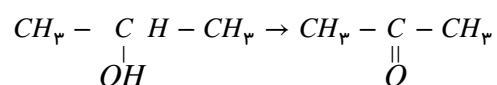
۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با ترفتالیک اسید صحیح می‌باشد؟

- از مونومرهای سازنده پلی اتیلن ترفتالات است.
- فرمول آن $C_8H_6O_4$ است.
- در ساختار آن ۲۳ پیوند کووالانسی و ۱۶ الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آن ۲- است.
- به‌طور مستقیم از نفت خام به‌دست نمی‌آید و از اکسایش پارازایلن تهیه می‌شود.

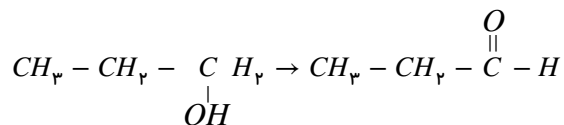
① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۹۴- چه تعداد از واکنش‌های زیر در صورت شرایط مناسب انجام پذیر است؟

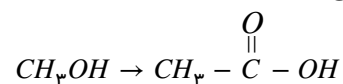
(الف)



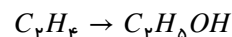
(ب)



(ج)



(د)



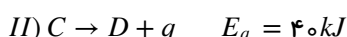
① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۹۵- ۳ مول گاز SO_3 را مطابق واکنش زیر در یک ظرف به حجم ۲۵۰ میلی لیتر قرار می‌دهیم، اگر در هنگام تعادل مقدار SO_3 و SO_2 برابر باشد، ثابت تعادل این واکنش را به دست آورید.



① ۳/۲ ② ۴۲ ③ ۲۵ ④ ۳

۹۶- اگر در واکنش های مقابل، تفاوت سطح انرژی فرآورده ها با قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش، در هر دو واکنش برابر باشد، کدام یک از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟



① تفاوت سطح انرژی فرآورده ها و قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش می تواند برابر ۱۱۰ کیلوژول باشد.

② تفاوت آنتالپی دو واکنش برابر ۱۲۰ کیلوژول است.

③ سرعت واکنش II همواره از سرعت واکنش I بیشتر است.

④ اگر مقدار تغییر آنتالپی دو واکنش با هم برابر باشد، تفاوت سطح انرژی فرآورده ها با قله نمودار مورد نظر برابر ۷۰ کیلوژول است.

۹۷- اگر در واکنش $2\text{ClO}(g) \rightarrow \text{Cl}_2(g) + \text{O}_2(g)$ مجموع آنتالپی پیوند فرآورده ها به میزان ۱۵ کیلوژول از مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها بیشتر است و تفاوت سطح انرژی قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش با فرآورده ها برابر ۲۹ کیلوژول بر مول باشد، کدام مطلب درست است؟

① انرژی فعال سازی واکنش برابر ۲۹ کیلوژول بر مول است.

② آنتالپی واکنش برابر ۱۵ کیلوژول است.

③ واکنش دهنده ها نسبت به فرآورده ها از پایداری کمتری برخوردارند.

④ برای تشکیل یک مول ClO به ۱۵ کیلوژول انرژی نیاز است.

۹۸- اگر در واکنش زیر ۲ مول از N_2O_4 و ۱ مول از NO_2 در ظرف یک لیتری وارد کنیم تا زمان رسیدن به تعادل فرآورده چند درصد نسبت به مقدار اولیه دچار تغییر می شود؟ ($K = 2$ و $\text{N}_2\text{O}_4(g) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(g)$)

$$\sqrt{21} \sim 4.5$$

④ ۷۵

③ ۵۰

② ۳۷.۵

① ۲۵

۹۹- کدام گزینه به درستی جمله های (I) و (II) را تکمیل می کند؟

(I) اتیلن گلیکول ترکیبی در آب است که مولکول آن، پیوند کووالانسی داشته و از اکسایش توسط محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات حاصل می شود.

(II) در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، عدد اکسایش هر اتم کربن درجه تغییر کرده و پیوند بر تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول آلی افزوده می شود.

① I-(محلول، ۹، اتن) II-(دو، ۲) ② I-(محلول، ۱۰، اتین) II-(یک، ۳) ③ I-(محلول، ۹، اتن) II-(یک، ۳) ④ I-(نامحلول، ۹، اتن) II-(دو، ۳)

۱۰۰- در یک واکنش برگشت پذیر گرماگیر، مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در فراورده ها در مقایسه با مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در واکنش دهنده ها، و E_a واکنش در مقایسه با ΔH واکنش، است. همچنین می دانیم که کاتالیزگر با دادن مقدار انرژی فعال سازی در یک واکنش، سرعت آن واکنش را می دهد و در واکنش های تعادلی سبب می شود.

① بیشتر-کمتر-کاهش-افزایش-بیشترشدن درصد مولی فرآورده های در حالت تعادل

② کمتر-بیشتر-کاهش-کاهش-کوتاه ترشدن زمان رسیدن به تعادل

③ کمتر-بیشتر-کاهش-افزایش-کوتاه ترشدن زمان رسیدن به تعادل

④ کمتر-بیشتر-افزایش-کاهش-بزرگ شدن ثابت تعادل

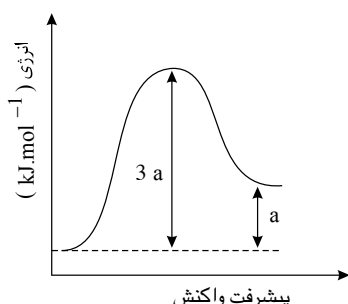
۱۰۱- با توجه به نمودار تغییر انرژی نسبت به پیشرفت واکنش: $A(g) + X(g) \rightarrow D(g)$ که نشان داده شده است، کدام مطلب، درست است؟

① سرعت واکنش کم و $\Delta H - E_a = 2a$ است.

② به ازای مصرف ۱ مول گاز A، ۱۰۰ kJ انرژی نیاز است.

③ با افزایش دمای واکنش، سرعت آن افزایش می یابد، زیرا $E_a < 3a$ می شود.

④ بیشترین مقدار انرژی لازم برای انجام واکنش، برابر ۳۰۰ kJ و کمترین مقدار آن، برابر ۱۰۰ kJ است.



۱۰۲ - چند مورد از موارد زیر درست است؟

(آ) هوای آلوده کلان شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

(ب) هوای آلوده حاوی آلاینده‌هایی است که اغلب رنگی هستند و می‌توان به آسانی وجود آن‌ها را تشخیص داد.

(پ) هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به‌طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.

(ت) از طیف سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن دی اکسید و اکسیدهای نیتروژن در هواکره استفاده کرد.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۰۳ - دربارهٔ انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

(آ) در دماهای بالاتر دسترسی به انرژی فعال‌سازی آسان‌تر است.

(ب) بعضی از واکنش‌های گرماده برخلاف واکنش‌های گرماگیر به انرژی فعال‌سازی نیازی ندارند.

(پ) انرژی فعال‌سازی رابطهٔ عکس با سرعت واکنش دارد.

(ت) در دما و فشار معمولی واکنش‌هایی که انرژی فعال‌سازی زیادی دارند، انجام نمی‌گیرد.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۰۴ - با توجه به جدول روبه‌رو اگر در یک کلانشهر روزانه ۵۰۰۰۰ خودرو فعالیت کند و هر خودرو به‌طور میانگین 20 km طی کند، در حضور مبدل

کاتالیستی در یک روز چند کیلوگرم نیتروژن مصرف و از ورود چند کیلوگرم گاز CO به هواکره جلوگیری می‌شود. ($N = 14, O = 16 : g \cdot mol$)

فرمول شیمیایی آلاینده‌ها	C_xH_y	NO	CO
مقدار آلاینده بر	۰٫۰۶	۰٫۰۴	۰٫۷
حساب گرم به ازای	۱٫۷	۱٫۰۶	۶٫۲
در غیاب مبدل			
طی یک کیلومتر			

① ۴۴۶٫۷ - ۵۵۰۰

② ۶۷۲٫۸ - ۴۵۰۰

③ ۴۹۴٫۶ - ۵۵۰۰

④ ۵۸۲٫۷ - ۴۵۰۰

۱۰۵ - با وارد کردن ۰٫۲ مول PCl_5 ، $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$ مجموع غلظت تعادلی گازها به ۰٫۳ مول بر لیتر می‌رسد. نسبت ثابت تعادل

به جرم PCl_5 باقی‌مانده به تقریب کدام است؟ ($P = 31, Cl = 35.5 : g \cdot mol^{-1}$) (حجم ظرف ۱ لیتر است.)

- ① ۱٫۴۲ ② ۲٫۸۵ ③ ۰٫۰۰۵ ④ ۰٫۰۱

دما	[A]	[B]
۲۰۰	۰٫۰۱	۰٫۸۴
۵۰۰	۰٫۲۵	۰٫۷۲
۶۰۰	۰٫۶۵	۰٫۵۲

۱۰۶ - با توجه به داده‌های جدول زیر، که به واکنش فرضی: $2A(g) \rightleftharpoons B(g)$ مربوط است، کدام مطلب زیر درست است؟

① واکنش گرماگیر است.

② با افزایش دما، ثابت تعادل بزرگ‌تر می‌شود.

③ در دمای $200^\circ C$ ثابت تعادل برابر 8.4 است.

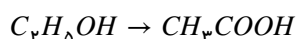
$\times 10^3 L$

$\cdot mol^{-1}$

④ با انتقال سامانه به ظرف بزرگ‌تر در دمای ثابت، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

۱۰۷ - چند کیلوگرم اتانویک اسید از اکسایش $2/3$ لیتر اتانول با چگالی 0.8 گرم بر میلی‌لیتر و خلوص 80 درصد حاصل می‌شود، چنانچه بازده واکنش

60 درصد باشد. جرم مولی اتانول و اتانویک اسید به ترتیب 46 و 60 گرم بر مول می‌باشند.



- ① ۱٫۱۵۲ ② ۱٫۴۴ ③ ۲٫۵۶ ④ ۳٫۲۴

۱۰۸- تعادل گازی $2SO_2 \rightleftharpoons 2SO_3 + O_2$ را در دمای $142^\circ C$ در ظرفی به حجم ۲ لیتر با ۴ مول گاز SO_3 آغاز می‌کنیم تا به تعادل برسد. در این تعادل ۱ مول گاز O_2 و یک مول گاز SO_3 وجود دارد. حال در دمای ثابت آزمایش به این تعادل مقدار ۶ مول گاز O_2 می‌افزاییم. چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف) مقدار ثابت تعادل در تعادل اولیه (قبل از تغییر مقدار O_2) برابر $1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ است.

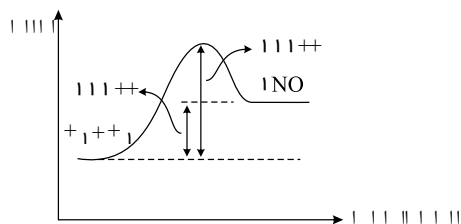
ب) با افزودن O_2 به تعادل اولیه، ثابت تعادل جدید برابر $1.8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ می‌شود.

پ) در تعادل جدید شمار مول‌های SO_3 و O_2 نسبت به تعادل اولیه افزایش و شمار مول‌های SO_2 کاهش می‌یابد.

ت) با افزودن O_2 ، تعادل در جهت برگشت یعنی مصرف O_2 پیش می‌رود تا تمام ۶ مول گاز O_2 اضافه شده به تعادل را مصرف کند.

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۰۹- نمودار زیر مربوط به واکنش $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ در غیاب کاتالیزگر است اگر انرژی فعال‌سازی این واکنش در همان دما در حضور کاتالیزگر ۴۰ درصد کاهش یابد مقدار E_a در حضور این کاتالیزگر برابر چند کیلوژول است؟



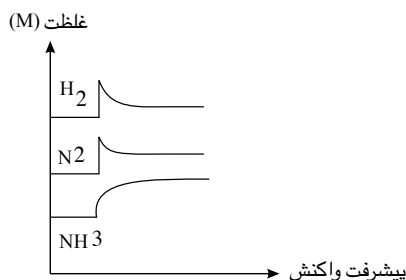
① ۲۴۲٫۸

② ۲۲۴٫۸

③ ۲۲۸٫۴

④ ۲۴۸٫۲

۱۱۰- نمودار روبه‌رو مربوط به اعمال کدام تغییر در واکنش تعادلی $N_{2(g)} + 3H_{2(g)} \rightleftharpoons 2NH_{3(g)}$ است؟



① افزایش غلظت NH_3

② قرار دادن مخلوط در ظرفی با دمای بیشتر

③ انتقال به ظرفی با حجم کمتر

④ افزودن مقداری از گازهای N_2 و H_2

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ با توجه به این که حاصل حد برابر صفر شده است، پس باید عبارت داخل جزء صحیح به 0^+ میل کند.

$$\lim_{x \rightarrow 2} [ax^3 - 3ax^2 + 4a] = \lim_{x \rightarrow 2} [a(x^3 - 3x^2 + 4)] = \lim_{x \rightarrow 2} [a(x-2)^2(x+1)] = [a \times 0^+ \times 3] = 0$$

بدیهی است که به ازای $a \geq 0$ حاصل جزء صحیح برابر صفر خواهد شد. توجه شود که برای تجزیه عبارت $x^3 - 3x^2 + 4$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 + 4 &= x^3 + 1 - 3x^2 + 3 = (x+1)(x^2 - x + 1) - 3(x^2 - 1) = (x+1)(x^2 - x + 1) - 3(x-1)(x+1) \\ &= (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)(x-2)^2 \end{aligned}$$

۲ - گزینه ۴ با مشتق گیری از تساوی داده شده خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} f(x-1) + 2f(1-x) &= x^2 \Rightarrow f'(x-1) + 2[(-1)f'(1-x)] = 2x \\ \Rightarrow f'(x-1) - 2f'(1-x) &= 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x=0 : f'(-1) - 2f'(1) = 0 \Rightarrow f'(-1) = 2f'(1) \\ x=2 : f'(1) - 2f'(-1) = 4 \end{cases} &\Rightarrow f'(1) - 2(2f'(1)) = 4 \\ \Rightarrow f'(1) - 4f'(1) = 4 \Rightarrow f'(1) &= \frac{-4}{3} \end{aligned}$$

۳ - گزینه ۲

همانگونه که می‌دانیم در توابع هموگرافیک به فرم $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ مرکز تقارن، محل برخورد مجانب های قائم و افقی می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$f(x) = \frac{(2a-1)x+3}{2x+a} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجانب افقی} & y = \frac{2a-1}{2} \\ \text{مجانب قائم} & x = -\frac{a}{2} \end{cases}$$

مختصات مرکز تقارن را داخل خط محور تقارن قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow \text{مرکز تقارن } O\left(-\frac{a}{2}, \frac{2a-1}{2}\right) \xrightarrow{y=x+4} \frac{2a-1}{2} = \frac{-a}{2} + 4 \Rightarrow \frac{2a-1}{2} = \frac{-a+8}{2}$$

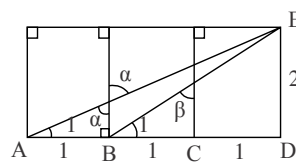
$$\Rightarrow 2a-1 = -a+8 \Rightarrow 3a=9 \Rightarrow a=3 \Rightarrow O\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

از آنجا که دو محور تقارن توابع هموگرافیک بر یکدیگر عمودند لذا شیب دیگری (-1) می‌باشد. لذا داریم:

$$y - \frac{5}{2} = -1\left(x + \frac{3}{2}\right) \Rightarrow y = -x + 1 \Rightarrow \text{عرض از مبدا } (x=0) \Rightarrow y = 1$$

۴ - گزینه ۳ اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ باشد، آن گاه $\tan \alpha = \cot \beta$ و $\cot \alpha = \tan \beta$ است.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \hat{\alpha} + \hat{A}_1 = 90^\circ \rightarrow \cot \alpha = \tan \hat{A}_1 \rightarrow \tan \hat{A}_1 = \frac{DE}{AD} = \frac{2}{3} \\ \hat{\beta} + \hat{B}_1 = 90^\circ \rightarrow \cot \beta = \tan \hat{B}_1 \rightarrow \tan \hat{B}_1 = \frac{DE}{BD} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \\ \rightarrow \cot \hat{\alpha} + \cot \hat{\beta} = \tan \hat{A}_1 + \tan \hat{B}_1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \end{aligned}$$



۵ - گزینه ۲

$$f(x) = \frac{1}{x-|x|} \quad x-|x|=0 \Rightarrow x=|x| \Rightarrow x \geq 0$$

$$D_f = \mathbb{R} - [0, +\infty) \Rightarrow D_f = (-\infty, 0)$$

تابع در اعداد حقیقی مثبت تعریف نشده است، پس هیچکدام از اعداد حقیقی مثبت نمی توانند بجانب قائم باشند زیرا تابع در هیچ همسایگی عدد حقیقی مثبتی تعریف نشده است.
با توجه به این که تابع در همسایگی چپ $x = 0$ تعریف شده است، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x - |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x - (-x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(0 - \varepsilon)} = \frac{1}{-2\varepsilon} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

فقط خط $x = 0$ بجانب قائم تابع است.

۶ - گزینه ۳ تابع را به صورت زیر می نویسیم.

$$f(x) = \frac{\overbrace{(2-x)(2+x)(2^2+x^2)(2^4+x^4) \cdots (2^{2^n}+x^{2^n})}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{2-x} = \frac{\overbrace{(2^2-x^2)(2^2+x^2)(2^4+x^4) \cdots (2^{2^n}+x^{2^n})}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{2-x} = \frac{\overbrace{(2^4-x^4)(2^4+x^4) \cdots (2^{2^n}+x^{2^n})}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{2-x}$$

$$= \frac{(2^A - x^A) \cdots (2^{2^n} + x^{2^n})}{2-x}$$

با ادامه روند فوق داریم:

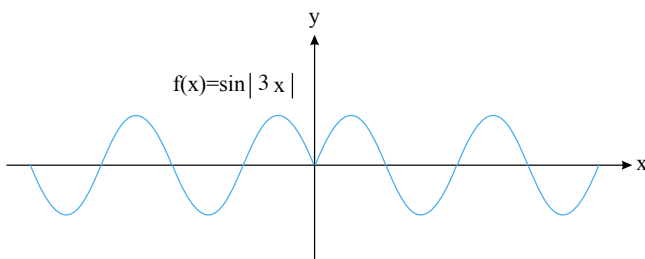
$$f(x) = \frac{(2^{2^n})^2 - (x^{2^n})^2}{2-x} = \frac{2^{2^{n+1}} - x^{2^{n+1}}}{2-x}$$

$$f'(x) = \frac{-2^{2^{n+1}} \times x^{2^{n+1}-1} (2-x) - (-1)(2^{2^{n+1}} - x^{2^{n+1}})}{(2-x)^2}$$

$$f'(0) = \frac{0 + 2^{2^{n+1}}}{2^2} = 2^{2^{n+1}-2}$$

۷ - گزینه ۲

شرط متناوب بودن توابع مثلثاتی این است که کمان آن ها خطی باشد، یعنی به صورت $(ax+b)$ باشد. در توابع داده شده، فقط $f(x) = \cos |4x|$ متناوب است، زیرا طبق ویژگی $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ می توان نوشت: $f(x) = \cos |4x| = \cos 4x$ و تابع $f(x) = \cos 4x$ کمان آن خطی است، تابعی متناوب است. ولی سایر توابع داده شده متناوب نیستند، زیرا به عنوان نمونه در تابع $f(x) = \sin |3x|$ خواهیم داشت:



$$f(x) = \sin |3x| = \begin{cases} \sin 3x & x \geq 0 \\ -\sin 3x & x < 0 \end{cases}$$

۸ - گزینه ۴

$$y^2 = -4x + 6 \rightarrow y = \sqrt{-4x + 6}$$

نقطه ی دلخواه $A \left(\alpha, \sqrt{-4\alpha + 6} \right)$ را روی منحنی در نظر می گیریم با توجه به اینکه:

$$-4\alpha + 6 \geq 0 \rightarrow -4\alpha \geq -6 \rightarrow \alpha \leq \frac{3}{2} \rightarrow \alpha \in (-\infty, \frac{3}{2}]$$

برای پیدا کردن اکستریم های مطلق کافی است نقاط بحرانی و دو سر بازه را در تابع قرار دهیم و y نظیرشان را حساب کنیم.

$$AO = \sqrt{\alpha^2 + (\sqrt{-4\alpha + 6})^2} = \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 6} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{2\alpha - 4}{2\sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 6}} = 0 \rightarrow \alpha = 2 \text{ غ ق ندارد. (در دامنه قرار ندارد.)}$$

$$\text{انتهای بازه: } \alpha = \frac{3}{2} \rightarrow AO = \sqrt{\frac{9}{4} - 6 + 6} = \frac{3}{2}$$

۹ - گزینه ۲ تابع f در نقاط غیر صحیح پیوسته است، زیرا ضابطه آن به صورت

$y = x$ است. در نقاط $n \in \mathbb{Z}$ در صورتی تابع پیوسته است، که حد تابع در نقاط $n \in \mathbb{Z}$ با مقدار تابع در این نقاط برابر باشد، یعنی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow n} f(x) = n \quad f(n) = n^3 \Rightarrow n^3 = n \Rightarrow n^3 - n = 0 \Rightarrow n(n^2 - 1) = 0 \Rightarrow n = 0, n = 1, n = -1$$

بنابراین تابع f از میان نقاط صحیح فقط در ۳ نقطه $x = -1$ و $x = 1$ و $x = 0$ پیوسته است.

حال اگر بخواهیم تابع g در بازه $(-4, 2)$ پیوسته باشد، باید در نقاط $x = -2$ و $x = -3$ از اعداد صحیح هم پیوسته باشد، که شرط پیوستگی تابع g در این نقاط این است که عامل $(x^2 + mx + n)$ در این نقاط عامل صفرشونده باشد تا علی‌رغم ناپیوستگی f در این نقاط، تابع g پیوسته باشد، پس باید $x^2 + mx + n$ دارای ریشه‌های $x = -2$ و $x = -3$ باشد:

$$x^2 + mx + n = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4 - 2m + n = 0 \\ 9 - 3m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2m + n = -4 \\ -3m + n = -9 \end{cases} \Rightarrow m = +5, n = 6 \Rightarrow m + n = 11$$

۱۰ - گزینه ۱

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x^3 < 8 \Rightarrow x^3 - 8 < 0 \Rightarrow |x^3 - 8| = -(x^3 - 8)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^3 - 8)}{x - \sqrt{2x}} \times \frac{x + \sqrt{2x}}{x + \sqrt{2x}} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + \sqrt{2x})}{x^2 - 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + \sqrt{2x})}{x(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 + 2x + 4)(x + \sqrt{2x})}{x} \\ &= \frac{-12 \times 4}{2} = -24 \end{aligned}$$

۱۱ - گزینه ۱

ضابطه‌ی تابع y را ساده می‌کنیم، لذا داریم:

$$y = (4x - 3\pi) \left[\sqrt{2}(\sin x + \cos x) \right] = 4x \left(x - \frac{3\pi}{4} \right) \left[2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

تابع y در نقاطی که عبارت داخل براکت صفر شود، ناپیوسته می‌باشد. در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} -1 \leq \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1 &\rightarrow -2 \leq 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 2 \\ 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 2 &\Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \\ 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1 &\Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}, x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} < 0 \\ 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 &\Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \pi \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, x + \frac{\pi}{4} = 2\pi \rightarrow x = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \\ 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -1 &\Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{2} = \sin \frac{7\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4}, x + \frac{\pi}{4} = \frac{11\pi}{6} \rightarrow x = \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{19\pi}{12} \\ 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -2 &\Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

حال از آنجا که $\left(x - \frac{3\pi}{4} \right)$ ضرب عبارت براکت است، لذا تابع در نقطه‌ی $x = \frac{3\pi}{4}$ پیوسته بوده و در مجموع ۶ نقطه‌ی ناپیوسته دارد.

$$\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{4}, \frac{19\pi}{12}, \frac{5\pi}{4} \right\}$$

۱۲ - گزینه ۴ با نوشتن زاویه‌ها بر حسب زاویه‌های کوچکتر داریم:

$$\begin{aligned} \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(2\pi + \frac{\pi}{4} \right) \\ = -\sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} = 0 \end{aligned}$$

۱۳ - گزینه ۳

$$\text{می‌دانیم: } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(a - b) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(a - b)} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

ضمناً $\cos(a+b) = \sin(a+b) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ پس:

$$\sin 2a = \sin((a-b) + (a+b)) = \sin(a-b)\cos(a+b) + \sin(a+b)\cos(a-b) = \pm \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10} \quad \text{یا} \quad -\frac{\sqrt{2}}{10}$$

۱۴ - گزینه ۲

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(4) - f(-2)}{4 - (-2)} = \frac{6 - \frac{-2a}{-3}}{6} = \frac{6 - \frac{2a}{3}}{6} = 1 - \frac{a}{9}$$

برای محاسبه آهنگ آنی (لحظه‌ای) باید از تابع در $x = 4$ مشتق بگیریم.

$$x = 4 \quad \text{آهنگ آنی در} \quad \frac{2 \times 2}{2\sqrt{1+2 \times 4}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

طبق اطلاعات مسئله داریم:

$$1 - \frac{a}{9} + 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow \boxed{a = 12}$$

۱۵ - گزینه ۲ تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته و مشتق پذیر است، بنابراین باید ریشه‌های $f'(x) = 0$ را بیابیم:

$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 + 48x - 10 = 0$$

f' چندجمله‌ای درجه سوم است و حداقل یک ریشه و حداکثر سه ریشه دارد. برای بررسی تعداد ریشه‌ها:

$$g(x) = f'(x) \Rightarrow g'(x) = 12(3x^2 - 2x + 4)$$

همواره $g'(x) > 0$ برقرار است ($3 > 0, \Delta < 0$) بنابراین تابع f' صعودی اکید است و تنها همان یک ریشه را دارد. پس f تنها یک نقطه بحرانی دارد.

۱۶ - گزینه ۱ تابع را در اطراف مجانب قائم آن رسم می‌کنیم، با این شرط که ماکسیمم نسبی تابع قبل از مجانب قائم باشد. دقت نمایید که تابع باید در همسایگی چپ نقطه‌ی $x = 1$ مقدار $(-\infty)$ باشد تا ماکسیمم نسبی قبل از مجانب قائم قرار گیرد. لذا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow (1)^2 - 3(1) + a > 0 \Rightarrow a > 2$$



شرط اکسترمم داشتن و f' ریشه ساده باشد را هم بررسی می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(x-1) - (x^2-3x+a)}{(x-1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 3 - a = 0, \quad \Delta > 0 \Rightarrow 1 - (3-a) > 0 \Rightarrow a > 2$$

۱۷ - گزینه ۳

روش اول:

روش هوپیتال: اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ و f' و g' در $x = a$ مشتق پذیر باشند آن گاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - 1}{\Delta x} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f'(1+\Delta x)}{1} = f'(1+0^-) = f'_-(1)$$

$$x < 1 : f(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 4x \Rightarrow f'_-(1) = 4(1) = 4$$

روش دوم:

می دانیم: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x} = f'_-(1)$
 با توجه به تعریف تابع $f(x)$ مشخص است که $f(1) = 1$ است پس:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1 + \Delta x) - 1}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x} = f'_-(1)$$

از ضابطه پایینی استفاده می کنیم

$$x < 1 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 4x \Rightarrow f'_-(1) = 4(1) = 4$$

۱۸ - گزینه ۱ دوره تناوب تابع $\sin ax$ و $\cos ax$ برابر $\frac{2\pi}{|a|}$ و دوره تناوب تابع $\sin^2 ax$ و $\cos^2 ax$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است.

$$f(x) = 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \sin^2 2x \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

۱۹ - گزینه ۳

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$$

می دانیم:

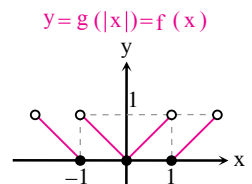
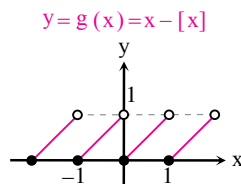
با فرض $\alpha = x + \frac{\pi}{5}$ داریم:

$$x = \frac{3\pi}{10} = \alpha - \frac{\pi}{5} - \frac{3\pi}{10} = \alpha - \frac{5\pi}{10} = \alpha - \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \alpha + \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2} \Rightarrow 2 \sin \alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{5} = \frac{5\pi - 4\pi}{20} = \frac{\pi}{20}$$

$$\Rightarrow \cos(2x + \frac{\pi}{5}) = -1$$

۲۰ - گزینه ۱ نمودار تابع را رسم می کنیم:



با توجه به شکل، $x = 0$ نقطه گوشه ای است. در این تابع مشتق های چپ و راست موجوداند؛ اما برابر نیستند.

راه دوم: در یک همسایگی $x = 0$ داریم:

$$f(x) = |x| - [x] = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = 1 \\ f'_-(0) = -1 \end{cases}$$

۲۱ - گزینه ۴

ابتدا به کمک این ۴ نقطه ۳ بردار می سازیم:

$$\vec{AB} = (0, 0, -2), \vec{AC} = (0, 4, -2), \vec{AD} = (-2, 0, 1)$$

$$\vec{AC} \times \vec{AD} = (4, -4, 8) \Rightarrow \vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = 16$$

$$V = \frac{1}{6} |\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD})| = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

۲۲ - گزینه ۳

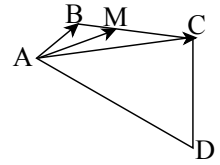
$$|(a \times b)^2| = |a|^2 |b|^2 - (a \cdot b)^2 \Rightarrow |(a \times b)^2| = 9 \times 4 - \frac{324}{25} = \frac{900 - 324}{25} = \frac{576}{25}$$

$$\Rightarrow |a \times b| = \frac{24}{5} \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{|a \times b|}{2} = \frac{12}{5}$$

۲۳ - گزینه ۳ ابتدا گزاره ی هدف مسئله را تا جایی که ممکن است ساده می کنیم.

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{KAM} \Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{KAM} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{KAM}$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \Rightarrow K = 2$$



۲۴ - گزینه ۳ با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال $a = b + c$ را در u می گذاریم:

$$u = (b + c) \times b + b \times c - c \times (b + c) = 0 + c \times b + b \times c - c \times b - 0 = b \times c \Rightarrow |u| = |b \times c| = 2S$$

۲۵ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} a \cdot b &= x \cos \alpha + 2y \sin \alpha - z = 6 \\ a &= (2x, 4y, \sqrt{2}z) \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = \left(\frac{1}{2} \cos \alpha, \frac{1}{2} \sin \alpha, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\Rightarrow |x \cos \alpha + 2y \sin \alpha - z| \leq \sqrt{4x^2 + 16y^2 + 2z^2} \times \sqrt{\frac{1}{4} \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 \alpha + \frac{1}{2}}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 36 \leq (4x^2 + 16y^2 + 2z^2) \times \frac{3}{4} \Rightarrow 4x^2 + 16y^2 + 2z^2 \geq 48$$

$$\min = 48$$

۲۶ - گزینه ۱ تصویر قائم بردار a روی امتداد بردار b به صورت $\frac{a \cdot b}{|b|^2} b$ است.

در این پرسش

$$\left. \begin{aligned} a \cdot b &= -1(2) + (0)(1) + (2)(-4) = -10 \\ |b|^2 &= (-1)^2 + (2)^2 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a' = \frac{a \cdot b}{|b|^2} b = -\frac{10}{5}(-i + 2k)$$

لذا تصویر مورد نظر $-2(-i + 2k)$ یا به صورت $(2, 0, -4)$ است.

۲۷ - گزینه ۲ حجم متوازی السطوح ساخته روی بردارهای a و b و $a \times b$ برابر $(a \times b) \cdot (a \times b)$ یعنی $|a \times b|^2$ است.

$$a \times b = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix} = 10i + 9j + 7k$$

بنابراین

$$\text{حجم متوازی السطوح} = |a \times b|^2 = 10^2 + 9^2 + 7^2 = 100 + 81 + 49 = 230$$

پس گزینه ۲ درست است.

۲۸ - گزینه ۱

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{a}' &\parallel \vec{b}' \\ \vec{a} &= (m-1, n+1, 2) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } z} \vec{a}' = (1-m, -n-1, 2) \Rightarrow \frac{1-m}{-1} = \frac{-n-1}{-2} = \frac{2}{-3} \\ \vec{b} &= (-1, 2, -3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } xoz} \vec{b}' = (-1, -2, -3) \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{3}, \quad n = -\frac{7}{3} \Rightarrow m+n = -2$$

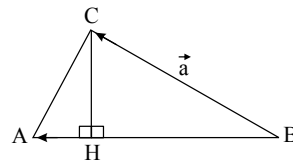
$$A(1, 2, -1), B(0, 1, 1), C(-1, 1, 0)$$

$$\vec{b} = \vec{BA}$$

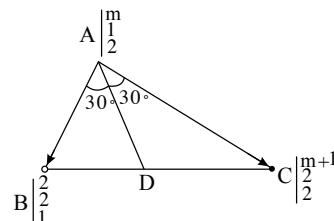
$$\begin{cases} \vec{a} = \vec{BC} = C - B = (-1, 0, -1) \\ \vec{b} = \vec{BA} = A - B = (1, 1, -2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |BH| = |a'| = \frac{|a \cdot b|}{|b|} = \frac{|-1 + 0 + 2|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

طول BH یعنی طول تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$.



$$\begin{cases} \hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \text{نیمساز} \\ \cos 60^\circ = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| |\vec{AC}|} \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{AB} = (2-m, 1, -1) \\ \vec{AC} = (1, 1, 0) \end{cases}$$



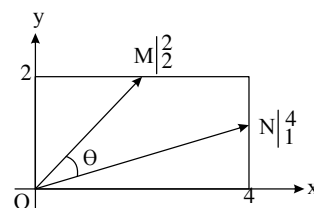
$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2-m+1}{\sqrt{(m-2)^2 + 2 \times \sqrt{2}}} \quad (1) \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2(3-m)^2 = (m-2)^2 + 2$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m + 12 = 0 \Rightarrow (m-2)(m-6) = 0 \Rightarrow m = \begin{cases} 2 \\ 6 \end{cases} \quad \text{غ ق ۶}$$

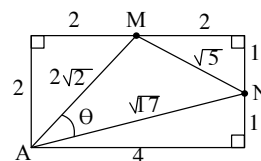
در رابطه (۱) صدق نمی کند.

۳۱ - گزینه ۳ روش ۱: مطابق شکل فرض می کنیم یک رأس مستطیل بر مبدأ مختصات منطبق باشد.

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{\vec{OM} \cdot \vec{ON}}{|\vec{OM}| \cdot |\vec{ON}|} = \frac{8+2}{\sqrt{8} \times \sqrt{17}} \\ = \frac{10}{2\sqrt{2} \times \sqrt{17}} = \frac{5\sqrt{34}}{34} \\ \vec{OM} = (2, 2), \vec{ON} = (4, 1) \end{cases}$$



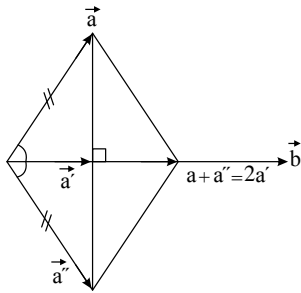
روش ۲: طبق رابطه کسینوس ها در مثلث AMN:



$$(\sqrt{5})^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{17})^2 - 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{17} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{5\sqrt{34}}{34}$$

۳۲ - گزینه ۴ اگر بردار a'' نسبت به بردار b باشد، $a + a''$ قطر لوزی بوده و مقدار آن برابر است با $2a'$. بدیهی است $a + a''$ موازی بردار b می باشد.



$$a + a'' = (-3, 1, 2) + (-2, 3, -1) = (-5, 4, 1) \parallel \vec{b}$$

در نتیجه گزینه چهارم که مضربی از $(-5, 4, 1)$ است، جواب می‌باشد.

۳۳ - گزینه ۲ طبق نامساوی کوشی - شوارتز برای دو بردار u و V در فضا داریم:

$$|u \cdot V| \leq |u||V|$$

$$\left. \begin{aligned} \min(4x^2 + 2y^2 + 2z^2) &= ? \xrightarrow{\text{جزر تک تک}} u = (2x, \sqrt{2}y, \sqrt{2}z) \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{3} &= 1 \xrightarrow{\times 6} \underbrace{3x + 2y - 2z}_{u \cdot V} = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \left(\frac{3}{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2} \right)$$

$$|u \cdot V| \leq |u||V| \Rightarrow 6 \leq \sqrt{4x^2 + 2y^2 + 2z^2} \times \sqrt{\frac{9}{4} + 2 + 2}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{5} \leq \sqrt{4x^2 + 2y^2 + 2z^2} \rightarrow \frac{144}{25} \leq 4x^2 + 2y^2 + 2z^2$$

$$\Rightarrow \min(4x^2 + 2y^2 + 2z^2) = \frac{144}{25}$$

۳۴ - گزینه ۳ روش اول:

$$b = (m + 2, -2, 1)$$

$$\begin{cases} a = (-1, 1, -2) \\ c = (2, 0, -1) \end{cases} \times$$

$$a \times c = (-1, -5, -2)$$

$$V = \frac{1}{6} |b \cdot (a \times c)| = 1$$

$$V = \frac{1}{6} |(m + 2, -2, 1) \cdot (-1, -5, -2)| = 1 \Rightarrow |-m - 2 + 10 - 2| = 6$$

$$\Rightarrow |-m + 6| = 6 \Rightarrow |m - 6| = 6 \Rightarrow m = \begin{cases} 12 \\ 0 \end{cases}$$

روش دوم: حل دترمینان 3×3 به روش ساروس:

$$V = \frac{1}{6} |b \cdot (a \times c)| = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} m+2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} |(-m - 2 + 10 - 2)| = 1 \Rightarrow |-m + 6| = 6$$

$$\Rightarrow |m - 6| = 6 \Rightarrow m - 6 = \begin{cases} 6 \\ -6 \end{cases} \Rightarrow m = \begin{cases} 12 \\ 0 \end{cases}$$

۳۵ - گزینه ۲

$$\vec{a} = (\sqrt{2}x, y + 4, z), \quad \vec{b} = (\sqrt{2}, -1, 3)$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \leq |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow (2x - y - 4 + 3z)^2 \leq [2x^2 + (y + 4)^2 + z^2](2 + 1 + 9)$$

$$\Rightarrow (6 - 4)^2 \leq 12[2x^2 + (y + 4)^2 + z^2]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \leq 2x^2 + (y + 4)^2 + z^2$$

۳۶ - گزینه ۱ توجه کنید مثلث‌های ABC و ADC متساوی‌الاضلاع هستند. زیرا ضلع لوزی با قطر AC برابر است. بنابراین $\alpha = \hat{BAC} = 60^\circ$ و $\beta = \hat{BAD} = 120^\circ$ داریم:

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos \alpha + |\vec{AB}| |\vec{AD}| \cos \beta$$

$$= 4 \times 4 \times \frac{1}{2} + 4 \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

۳۷ - گزینه ۳ بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ اقطار یک متوازی‌الاضلاع هستند. اگر اقطار بر هم عمود باشند، آن گاه متوازی‌الاضلاع لوزی است. بنابراین: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow \sqrt{x^2 + 4x^2 + 4x^2} = 3 \Rightarrow 9x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\vec{a} = (1, 2, 2) \xrightarrow{\text{تصویر روی } xOy} \vec{a}' = (1, 2, 0)$$

$$\vec{a} = (-1, -2, -2) \xrightarrow{\text{تصویر روی } xOy} \vec{a}' = (-1, -2, 0)$$

۳۸ - گزینه ۱

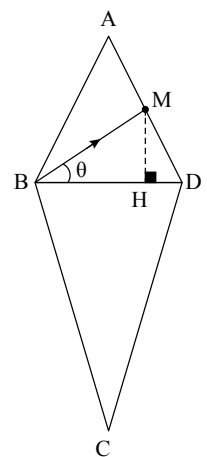
طبق قضیه شبه پروانه داریم:

$$S_{\triangle MBC} = S_{\triangle MAD}$$

$$S_{\triangle MAD} = \frac{1}{2} |\vec{MA} \times \vec{MD}| = \frac{1}{2} |(0, 2, 1) \times (-3, 4, 0)| = \frac{1}{2} \sqrt{5 \times 25 - 16} = \frac{1}{2} \sqrt{61}$$

۳۹ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \vec{BM} \cdot \vec{BD} &= \frac{1}{2} |\vec{BD}|^2 \rightarrow |\vec{BM}| |\vec{BD}| \cos \theta = \frac{1}{2} |\vec{BD}|^2 \rightarrow |\vec{BM}| \cos \theta = \frac{1}{2} |\vec{BD}| \\ \vec{BMH} : |\vec{BM}| \cos \theta &= |\vec{BH}| \end{aligned} \right\} \rightarrow |\vec{BH}| = \frac{1}{2} |\vec{BD}|$$



در کایت قطر AC بر BD عمود است و منصف آن می‌باشد. پس H وسط قطر BD بوده و نقطه M می‌تواند بر A یا C منطبق باشد.

۴۰ - گزینه ۴

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 - |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}) - (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}) = -4\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\xrightarrow{|a+b|^2 \geq 0} |\vec{a} - \vec{b}|^2 \geq -4\vec{a} \cdot \vec{b} \xrightarrow{\times (-\frac{1}{4})} -\frac{|\vec{a} - \vec{b}|^2}{4} \leq \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\rightarrow -\frac{12^2}{4} \leq \vec{a} \cdot \vec{b} \rightarrow -36 \leq \vec{a} \cdot \vec{b} \rightarrow \min(\vec{a} \cdot \vec{b}) = -36$$

نکته: حالت تساوی زمانی برقرار است که دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هم‌راستا، هم‌اندازه و غیرهم‌جهت باشند.

۴۱ - گزینه ۳ به بررسی گزینه ها می پردازیم:

گزینه ۱) با توجه به اینکه ۱۲ ماه داریم، اگر در هر ماه یک نفر متولد شده باشد ۱۲ نفر نیاز است و ۲ نفر باقی مانده را اگر بین ماه های مختلف پخش کنیم آنگاه حداقل ۲ نفر هستند که در یک ماه متولد شده اند.

گزینه ۲) هفته، ۷ روز است اگر در هر روز هفته، دو نفر متولد شده باشند، تکلیف ۱۴ نفر مشخص شده، یک نفر باقی مانده در یکی از روزها به دنیا آمده پس حداقل ۳ نفر در یکی از روزهای هفته متولد شده اند.

گزینه ۴) هر ۱۵ نفر می توانند متولد یک ماه مانند تیر باشند پس ممکن است هیچ شخصی متولد ماه مهر نباشد.

۴۲ - گزینه ۴ باقی مانده های ممکن بر ۱۰ عبارتند از ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ که ۱۰ تا هستند، پس مجموعه ای که حداقل ۱۱ عضو متوالی دارد، حداقل دو عضو دارد که در تقسیم بر ۱۰ باقی مانده یکسان دارند. در بین گزینه ها فقط گزینه ۴، ۱۱ عضو متوالی دارد.

۴۳ - گزینه ۱ از هر زوج مرتب زیر یک عدد انتخاب می کنیم:

(۵۴، ۵۵)، (۱۲، ۹۷)، (۱۱، ۹۸)، (۱۰، ۹۹)

پس ۴۵ عدد انتخاب کرده ایم.

۴۴ - گزینه ۲ در بدترین حالت ۹ مهره غیر آبی انتخاب می شوند. پس حداقل باید ۱۰ مهره انتخاب کنیم تا مطمئناً حداقل یک مهره آبی انتخاب شده باشد.

۴۵ - گزینه ۴ در بدترین حالت از هر نوع خودرو یکی انتخاب می کنیم. پس یعنی ۲۱ خودرو انتخاب شده است. حالا اگر یک خودروی دیگر انتخاب کنیم قطعاً به مقصود رسیده ایم.

۴۶ - گزینه ۳ مطابق تعمیم اصل لانه کبوتری:

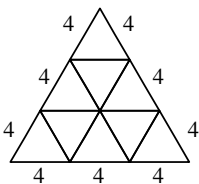
اگر تعداد حروف الفبای فارسی را لانه کبوتر در نظر بگیریم آنگاه: $n = ۳۲$

$$k + 1 = ۶ \Rightarrow k = ۵$$

$$۱۶۱ = ۱۶۰ + ۱ = (۵ \times ۳۲) + ۱ = kn + 1 \quad \text{حداقل تعداد دانش آموزان}$$

۴۷ - گزینه ۳

ابتدا مثلث را مانند شکل روبه رو به ۹ قسمت برابر تقسیم بندی کنیم، بر طبق اصل لانه کبوتری اگر ۱۰ نقطه در این مثلث قرار دهیم، لاقط دو نقطه در یک قسمت قرار خواهند گرفت که فاصله آن ها از یکدیگر کم تر از ۴ خواهد بود.



۴۸ - گزینه ۴ طبق اصل لانه کبوتری، یکی از دوستان آرش دست کم ۲ نامه برای او فرستاده است.

۴۹ - گزینه ۲ ابتدا می بینیم از مجموعه اول به مجموعه دوم چند تابع می توان ساخت که $(d, ۴)$ را داشته باشد. چون که می خواهیم $(d, ۴)$ حتماً در تابع باشد ابتدا d را کنار می گذاریم و سپس خودمان $(d, ۴)$ را اضافه می کنیم. هر یک از a و b و c ، چهار انتخاب برای مؤلفه دومشان دارند پس $۴ \times ۴ \times ۴ = ۶۴$ تابع داریم که در نهایت به همه $(d, ۴)$ را اضافه می کنیم.

حال توابع یک به یک را حساب می کنیم و از ۶۴ کم می کنیم. چون که $(d, ۴)$ حتماً در تابع هست لذا مؤلفه دوم ۴ را نمی توانیم دیگر انتخاب کنیم. از هر کدام از a و b و c که شروع کنیم در ابتدا ۳ انتخاب برای مؤلفه دوم داریم. بعد که یکی را انتخاب کنیم ۲ انتخاب برای بعدی داریم و برای آخری هم ۱ انتخاب داریم. پس $۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$ تابع یک به یک داریم. در نتیجه به تعداد $۵۸ = ۶۴ - ۶$ تابع غیر یک به یک داریم.

۵۰ - گزینه ۳ برای اینکه مجموعه تعریفی تابع باشد باید هر کدام از اعداد ۱ تا ۵ فقط یکبار به عنوان مؤلفه اول در مجموعه آمده باشند. بنابراین ۵ زوج مرتب در تابع داریم و برای اینکه تابع پوشا باشد باید هر یک از اعداد ۱ تا ۵ حداقل یکبار به عنوان مؤلفه دوم در مجموعه آمده باشند. به دلیل اینکه ۵ زوج مرتب در تابع داریم و هر یک از پنج عدد ۱ تا ۵ باید به عنوان مؤلفه دوم آمده باشند لازم است که هر یک از اعداد ۱ تا ۵ فقط یک بار به عنوان مؤلفه دوم آمده باشند. در نتیجه تابع باید یک به یک باشد.

برای انتخاب اول از مؤلفه های دوم ۵ انتخاب داریم و به دلیل اینکه می خواهیم انتخاب های مؤلفه دوم تکراری نباشد هر چه جلو می رویم تعداد انتخاب ها یکی یکی کم می شود. پس به تعداد $۱۲۰ = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱$ تابع پوشا از A بر روی خودش داریم.

۵۱ - گزینه ۳ برای این کار باید فقط اعداد زوج یا فقط اعداد فرد را انتخاب نمود که ۱۶ عدد خواهیم داشت که در بین آن ها هیچ دو عددی با اختلاف یک وجود ندارد. حال اگر عدد هفدهم را انتخاب کنیم، به ناچار بایستی از اعداد باقی مانده آن را برداریم، پس در بین ۱۷ عددی که از بین آن ها انتخاب می کنیم، حتماً دو عدد با اختلاف ۱ وجود دارد. در واقع آن ۱۶ عدد زوج یا ۱۶ عدد فرد به منزله ۱۶ لانه هستند. حال اگر ۱۷ عدد را بخواهیم از مجموعه A برداریم، طبق اصل لانه کبوتری از حداقل یک لانه، دو کبوتر (دو عدد) برداشته می شود، پس دست کم دو عدد در بین ۱۷ عدد انتخابی یافت می شود که اختلاف آن ها برابر یک باشد.

۵۲ - گزینه ۳ ابتدا تعداد کل توابع شامل (a, z) را بدست می آوریم.

$$f = \{(a, z), (b, \square), (c, \square), (d, \square), (e, \square)\} \rightarrow |f| = ۱ \times ۵ \times ۵ \times ۵ \times ۵ = ۵^۴ = ۶۲۵$$

تعداد توابع یک به یک از مجموعه A به مجموعه B که شامل (a, z) هستند برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} |f| &= 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \\ \text{تعداد توابع غیر یک به یک} &= 625 - 24 = 601 \end{aligned} \right\} \rightarrow 601 - 24 = 577$$

۵۳ - گزینه ۳ اعدادی که در تقسیم بر a و هم در تقسیم بر b دارای باقی مانده یکسان هستند، در تقسیم بر k م.م. a و b هم همان باقی مانده را دارند.

$$[3, 29] = 87$$

در تقسیم هر عدد بر ۸۷، باقی مانده برابر با یکی از اعداد ۰، ۱، ... و ۸۶ است که تعداد آن‌ها برابر ۸۷ است. پس برای آن که دو عدد در تقسیم بر ۸۷ باقی مانده یکسان داشته باشند، حداقل $88 = 87 + 1$ عدد طبیعی باید انتخاب کنیم.

$$x = 29$$

۵۴ - گزینه ۳ ابتدا ارقام را به صورت زیر دسته بندی می کنیم.

$$\{1, 8\}, \{2, 9\}, \{3, 10\}, \{4, 11\}, \{5, 12\}, \{6, 13\}, \{7, 14\}, \{15\}, \{16\}$$

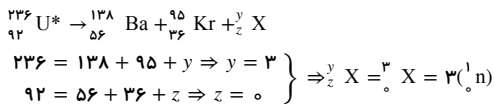
اگر در بدترین حالت از هر کدام از زیرمجموعه ها یک عدد را انتخاب کنیم، تفاضل هیچ دو عددی برابر ۷ نخواهد بود اما با انتخاب $10 = 9 + 1$ عدد می توانیم مطمئن باشیم تفاضل حداقل دو عدد برابر ۷ خواهد بود.

۵۵ - گزینه ۳ اعضای مجموعه A بر ۲، ۵، ۱۱ و ۳۷ بخش پذیر است. اگر x و y را در دو عضو از مجموعه A فرض کنیم، حاصل ضرب آن‌ها به صورت زیر است:

$$x = 2^a 5^b 11^c 37^d \quad y = 2^a 2^b 5^c 11^d 37^e \rightarrow xy = 2^{a_1+a_2} 5^{b_1+b_2} 11^{c_1+c_2} 37^{d_1+d_2}$$

برای آن که xy مربع کامل باشد تمام توان های آن زوج باشد. در این صورت توان پایه های مشابه در x و y هر دو فرد یا هر دو زوج خواهد بود. $2^4 = 16$ حالت برای زوج یا فرد بودن توان های چهار پایه مختلف در هر کدام از x یا y وجود دارد. پس با انتخاب $17 = 16 + 1$ عضو از مجموعه A ، می توان مطمئن بود که حداقل دو عضو وجود دارند که توان های پایه هایشان از نظر زوج یا فرد بودن مشابه یکدیگر است و حاصل ضرب دو عضو مربع کامل می باشد.

۵۶ - گزینه ۱

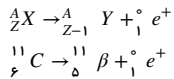


۵۷ - گزینه ۲

ابتدا به دلیل داشتن زمان سپری شده t و نیمه عمر T ، می توان n را بدست آورد و از روی رابطه جرم باقی مانده و جرم اولیه داریم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} = \frac{m_0}{2^5} = \frac{m_0}{32} \Rightarrow 1 = \frac{m_0}{32} \Rightarrow m_0 = 32g$$

۵۸ - گزینه ۱ تابش پوزیترون، یک واپاشی بتا است و به صورت زیر خواهد بود:



دقت کنید در واپاشی بتا، عدد جرمی تغییر نمی کند.

۵۹ - گزینه ۱ برای به دست آوردن انرژی حاصل از تبدیل یک گرم جرم به انرژی، داریم:

$$E = mc^2 = 1 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{13} J$$

با این انرژی می خواهیم جرم m' را تا ارتفاع $100m$ از سطح زمین جابجا کنیم. انرژی لازم برای انجام این کار، صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم با جرم m' می شود:

$$U = m'gh \Rightarrow 9 \times 10^{13} = m' \times 10 \times 100 \Rightarrow m' = 9 \times 10^{10} kg = 9 \times 10^7 ton$$

هر هزار کیلوگرم برابر $1 ton$ می باشد، بنابراین m' برابر 9×10^7 تن یا به عبارت دیگر ۹۰ میلیون تن است.

۶۰ - گزینه ۳ بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): نادرست است - زیرا هنگام گسیل پوزیترون طبق معادله واپاشی $({}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^0_1e^+ + {}^A_{Z-1}\text{Y})$ بار هسته به اندازه e کاهش می یابد.

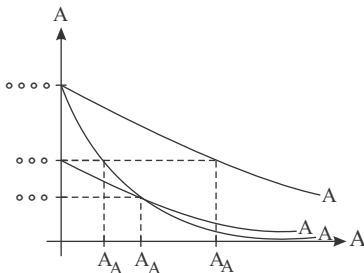
گزینه (۲): نادرست است - زیرا هنگام گسیل الکترون طبق معادله واپاشی $({}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^A_{Z+1}\text{Y})$ بار هسته به اندازه e افزایش می یابد.

گزینه (۳): درست است - زیرا طبق معادله واپاشی $({}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^A_{Z-2}\alpha + {}^{A-4}_2\text{Y})$ هنگام گسیل ذره α بار هسته به اندازه $2e$ کاهش می یابد.

گزینه (۴): نادرست است - زیرا هنگام گسیل پوزیترون و الکترون بار هسته ثابت نمی ماند.

۶۱ - گزینه ۴

با توجه به نمودار مربوط به A در t بزرگتری با خط $N = 500$ برخورد کرده و با توجه به همین مسئله داریم: $T_A > T_C > T_B$



۶۲ - گزینه ۳

دو دقیقه و نیم برابر است با ۱۵۰ ثانیه که معادل ۳ نیمه عمر است.

$$N_0 \xrightarrow{T} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{8}$$

$\frac{1}{A}$ هسته های اولیه باقی می ماند و $\frac{V}{A}$ هسته های اولیه متلاشی می شود. این مقدار بر حسب درصد برابر است با:

$$\frac{V}{A} \times 100 = \frac{V_{00}}{A} = 87.5\%$$

۶۳ - گزینه ۴ میزان پیشروی پرتوهای آلفا، بتا، و گاما در قطعه سربی به ترتیب در حدود 0.1 mm ، 0.7 mm و 100 mm است. بنابراین:

$$\frac{d'}{d} = \frac{0.1\text{ mm}}{0.7\text{ mm}} = 10^{-1} \quad \text{و} \quad \frac{d''}{d} = \frac{100\text{ mm}}{0.7\text{ mm}} = 10^4$$

۶۴ - گزینه ۴

ابتدا مقدار انرژی معادل جرم را حساب می کنیم:

$$E = mc^2 = (6 \times 10^{-6})(3 \times 10^8)^2 = 6 \times 9 \times 10^{10} \text{ J}$$

انرژی الکتریکی مصرفی مجموعه ای از مقاومت های موازی مشابه برابر است با:

$$U = P \times t = \frac{V^2}{R_{eq}} \times t \xrightarrow{R_{eq} = \frac{R}{n}} U = n \frac{V^2}{R} t = n \times \frac{200^2}{10} \times (5 \times 3600)$$

از برابر قرار دادن E و U ، تعداد مقاومت ها (n) به دست می آید:

$$U = E \Rightarrow n \times 4 \times 10^3 \times 18 \times 10^3 = 6 \times 9 \times 10^{10} \Rightarrow n = \frac{15000}{2} = 7500$$

۶۵ - گزینه ۳ روش اول:

وقتی $\frac{31}{32}$ هسته ها واپاشی شده اند، یعنی $\frac{1}{32}$ هسته های اولیه باقی می مانند.

$$N_0 \xrightarrow{T} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{8} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{16} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{32}$$

پس ۵ نیمه عمر معادل ۵ هفته که ۳۵ روز است طول می کشد.

روش دوم:

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{t}{T} = 5 \Rightarrow t = 35 \text{ شبانه روز}$$

۶۶ - گزینه ۱

$$\frac{N}{N_0} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$N_0 \xrightarrow{2\text{ ساعت}} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{2\text{ ساعت}} \frac{N_0}{4}$$

پس x برابر ۴ ساعت است. اگر ۴ ساعت دیگر بگذرد، ۲ نیمه عمر دیگر سپری می شود و تعداد هسته های باقیمانده به $\frac{N_0}{16}$ می رسد. پس:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} \xrightarrow{\times 100} \frac{N}{N_0} = 6.25\%$$

و درصد هسته های واپاشی شده برابر است با:

$$100\% - 6.25\% = 93.75\%$$

$$\frac{N}{N_0} = \frac{12,5}{100} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

$$N_0 \xrightarrow{T} \frac{N_0}{2} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{4} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{8}$$

پس ۳ نیمه عمر طول کشیده است. اگر ۳ نیمه عمر دیگر بگذرد:

$$\frac{N_0}{8} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{16} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{32} \xrightarrow{T} \frac{N_0}{64}$$

یعنی $\frac{1}{64}$ هسته اولیه باقی مانده اند و $\frac{63}{64}$ هسته های اولیه دچار واپاشی شده اند.

۶۸ - گزینه ۱ انرژی بستگی هسته از رابطه انیشتین به دست می آید.

$$E = mc^2 = (32 \times 10^{-3} \times 10^{-3})(3 \times 10^8)^2 = 32 \times 9 \times 10^{10} J$$

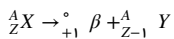
برای تبدیل ژول (همان کولن ولت) به الکترون ولت از تبدیل زنجیره ای استفاده می کنیم.

$$E = 32 \times 9 \times 10^{10} \cancel{J} V \left(\frac{1e}{1,6 \times 10^{-19} \cancel{J}} \right) = 1,8 \times 10^{31} eV$$

۶۹ - گزینه ۲ نیروی الکتروستاتیکی از نوع رانشی است. بنابراین جمله «الف» نادرست است.

نیروی الکتروستاتیکی بلند برد است بنابراین جمله «ا» نیز نادرست است.

۷۰ - گزینه ۱ پله اول: ابتدا واکنش β^+ زا را می نویسیم:



پله دوم: همان طور که می بینیم عدد جرمی عنصر به دست آمده برابر عدد جرمی X است. بنابراین با توجه به توضیحات سؤال قبل عنصر مورد نظر یا A است و یا D . اما با توجه به این که عدد اتمی عنصر مورد نظر به اندازه ۱ واحد کم تر از عدد اتمی X است، پس عنصر مورد نظر نمی تواند D باشد و جواب این سؤال A خواهد بود.

۷۱ - گزینه ۴ تابش β^+ (e^+) یکی از تعداد پروتون ها کم می کند، بدون این که تغییری در عدد جرمی حاصل شود و این مستلزم افزایش تعداد نوترون هاست.

۷۲ - گزینه ۱ تک پله: از ترکیب روابط $n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}$ و $\frac{N}{N_0} = 2^n$ ، رابطه N بر حسب t را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} \frac{N}{N_0} = 2^n \\ n = \frac{t}{t_{\frac{1}{2}}} \end{cases} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^n = 2^{\frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}} \Rightarrow N = 2^{\frac{t}{t_{\frac{1}{2}}}} N_0$$

از این رابطه پیدا است که نمودار باید شکل یک تابع نمایی باشد که این ویژگی در گزینه «۱» یافت می شود.

۷۳ - گزینه ۳ تک پله: عناصری که دارای خواص شیمیایی یکسان هستند. ایزوتوپ می باشد یعنی دارای عدد اتمی یکسانی هستند و تنها دو عنصر D و A دارای عدد اتمی یکسانی است.

۷۴ - گزینه ۴ پله اول: برای به دست آوردن تعداد پروتون، نیاز داریم که به کمک رابطه $q=ne$ ، تعداد الکترون ها را به دست آوریم که برابر تعداد پروتون ها است:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{4,16 \times 10^{-9} \times 10^{-9}}{1,6 \times 10^{-19}} = 26 \Rightarrow Z = 26$$

پلهٔ دوم: اکنون که تعداد پروتون‌ها را می‌دانیم، با یک تفريق ساده، تعداد نوترون‌ها هم به دست می‌آید:

$$N = A - Z = 56 - 26 \Rightarrow N = 30$$

۷۵ - گزینه ۲ تک پله: نمونه A در لحظه t_1 ، نمونه B در لحظه t_2 و نمونه C در لحظه t_3 به نیمی از مقدار اولیه خود می‌رسند و از آنجا که $t_3 > t_2 > t_1$ است می‌توان نتیجه گرفت که

$$T_A > T_B > T_A$$

۷۶ - گزینه ۲ هستهٔ مرکب ${}^{235}_{92}\text{U}^*$ در مدت 10^{-12} ثانیه واپاشی می‌کند.

۷۷ - گزینه ۱

$$E = \Delta M \cdot C^2 \Rightarrow (\Delta M)(3 \times 10^8)^2 = 900 \times 10^6 \Rightarrow \Delta M = \frac{9 \times 10^8}{9 \times 10^{16}} = 10^{-8} \text{ kg} = 10^{-5} \text{ g} = 10 \mu\text{g}$$

۷۸ - گزینه ۱

$$\Rightarrow \begin{cases} 237 = 3 \times 4 + (1 \times 0) + A \Rightarrow A = 237 - 12 = 225 \\ 93 = 3 \times 2 + (1 \times (-1)) + Z \Rightarrow Z = 93 - 5 = 88 \end{cases} \Rightarrow N = A - Z \Rightarrow N = 225 - 88 = 137$$

$${}^{237}_{93}\text{Np} \rightarrow {}^{225}_{88}\text{X} + {}^4_2\text{He} + {}^0_{-1}e^-$$

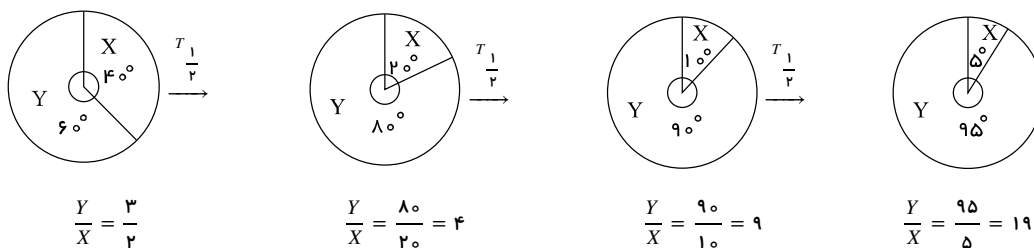
۷۹ - گزینه ۲ زمانی که تعداد هسته‌ها $\frac{N_0}{2}$ شده باشد، یک نیمه عمر سپری شده است. اگر از تعداد هسته‌ها $\frac{7N_0}{16}$ واپاشیده شود، باقی مانده‌ها برابرند با:

$$\frac{N_0}{2} - \frac{7N_0}{16} = \frac{N_0}{16} = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow \text{۴ نیمه عمر باید سپری شده باشد}$$

پس بین این دو مقدار باید سه نیمه عمر دیگر سپری شده باشد.

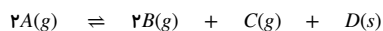
$$3T = 9 \Rightarrow T = 3 \text{ روز نیمه عمر}$$

۸۰ - گزینه ۲ پس از هر نیمه عمر درصد هسته‌های X نصف می‌شود.



۸۱ - گزینه ۲

$$2x = 1 \times \frac{20}{100} = 0,2 \text{ مول تجزیه شده} \rightarrow x = 0,1$$



غلظت اولیه :	۱	۰	۰	۰
غلظت تعادلی :	$1 - 2x$	$2x$	x	x

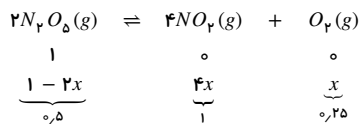
توجه کنید D جامد است و در قانون تعادل نوشته نمی‌شود.

$$K = \frac{[B]^2 [C]^1}{[A]^2} = \frac{(0,2)^2 (0,1)}{(0,8)^2} = \frac{4 \times 10^{-3}}{64 \times 10^{-2}} = 6,25 \times 10^{-3}$$

۸۲ - گزینه ۲ با توجه به سوال واکنش گرماده بوده و چون کاهش فشار آن را در جهت (۱) جابجا نموده $b > a$ است و در جهت افزایش بی‌نظمی است اما واکنش با چنین شرایطی یکطرفه است

نه تعادلی و این یک اشتباه علمی در سؤالات کنکور است.

$$E_a < E'_a \leftarrow E_a - E'_a < 0 : \text{گزینه ۳ و ۴}$$



$$2x = \frac{0.5}{1.0} \times 1 \Rightarrow x = 0.25$$

$$K = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{0.25}{2}\right)}{\left(\frac{0.5}{2}\right)^2} = 0.125 \text{ mol}^3 \cdot L^{-3}$$

۸۴ - گزینه ۳ در یک واکنش تعادلی همواره نسبت غلظت مولی فراورده‌ها به واکنش‌دهنده‌ها ثابت می‌ماند. (ثابت تعادل)

۸۵ - گزینه ۲ در ابتدا ۰/۶۲۵ گرم کلسیم کربنات داریم و در هنگام تعادل ۰/۵ گرم ماده‌ی جامد داریم. پس مقدار تولید شده‌ی CO_2 برابر است با:

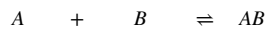
$$0.625 - 0.5 = 0.125 \text{ g}$$

$$0.125 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} = 2.84 \times 10^{-3} \text{ mol } CO_2$$

$$K = [CO_2] = 2.84 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۸۶ - گزینه ۴

حجم ظرف را فراموش نکنید.



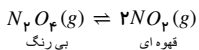
تعداد مول‌ها در هنگام تعادل: $(1-x) \quad (1-x) \quad x$

$$K = \frac{x}{(1-x)(1-x)} = 9 \Rightarrow x = 0.9$$

$$K = \frac{[AB]}{[A][B]} = \frac{\left(\frac{0.9}{1.0}\right)}{\left(\frac{0.1}{1.0}\right) \times \left(\frac{0.1}{1.0}\right)} = 900$$

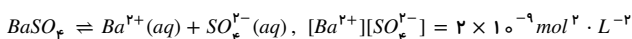
۸۷ - گزینه ۱

سامانه‌ی گازی مورد نظر به صورت زیر است:



ابتدا که سامانه را تحت فشار قرار می‌دهیم، به دلیل کاهش حجم و افزایش تراکم مولکول‌های قهوه‌ای NO_2 ، مخلوط گازی پررنگ دیده می‌شود، اما لحظه‌ای بعد به دلیل افزایش فشار، سامانه به سمت تعداد مول گازی کمتر (سمت چپ) جابجا شده و مخلوط تا آنجا که امکان دارد کم‌رنگ می‌شود. بعد از آن دوباره فشار سامانه را کم می‌کنیم، به دلیل افزایش حجم و کاهش تراکم مولکول‌های قهوه‌ای، مخلوط گازی کم‌رنگ دیده می‌شود و لحظه‌ای بعد به دلیل کاهش فشار، سامانه به سمت تعداد مول گازی بیشتر (سمت راست) جابجا شده و مخلوط تا آنجا که امکان دارد پررنگ می‌شود.

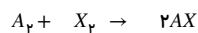
۸۸ - گزینه ۴ زیرا برپایه داده‌های متن این پرسش، می‌توان نوشت:



چون سدیم سولفات در آب کاملاً محلول و باریوم سولفات نامحلول است، غلظت یون سولفات به تقریب برابر ۰/۰۱ مول بر لیتر خواهد بود:

$$2 \times 10^{-9} \text{ mol}^2 \cdot L^{-2} = [Ba^{2+}] \times 0.01 \text{ mol} \cdot L^{-1} \Rightarrow [Ba^{2+}] = 2 \times 10^{-7} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۸۹ - گزینه ۱



مول تعادلی: $0.8 \quad 0.8 \quad 0.4$

$$K = \frac{[AX]^2}{[A_2][X_2]} = \frac{\left(\frac{0.4}{2}\right)^2}{\left(\frac{0.8}{2}\right) \times \left(\frac{0.8}{2}\right)} = 2.5 \times 10^{-3}$$

مول گاز در دو طرف واکنش با هم برابر است پس تغییر حجم باعث جابه‌جایی تعادل نمی‌شود.

۹۰ - گزینه ۳ بررسی موارد:

الف) کربن مونواکسید گازی بی رنگ و بی بو است.

ب) درست

ج) C_xH_y از آلاینده ها است اما جزو مواد آلی فرار است نه ذره های مطلق

د) درست

۹۱ - گزینه ۴ الف: CO ب: O_3 ج: NO

۹۲ - گزینه ۱

استفاده از کاتالیزگر سبب } افزایش سرعت
کاهش زمان انجام واکنش
مسیر انجام واکنش را عوض می کند.
استفاده از کاتالیزگر بر موارد زیر بی اثر است.

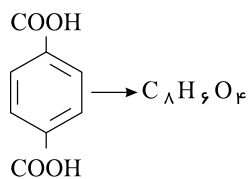
۱. ΔH

۲. سطح انرژی واکنش دهنده ها و فرآورده ها

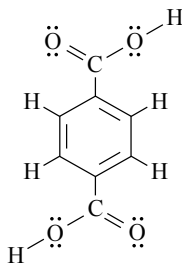
۳. پایداری واکنش دهنده ها و فرآورده ها

۹۳ - گزینه ۴ عبارت اول درست است.

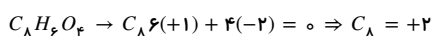
عبارت دوم درست است:



عبارت سوم درست است. در ساختار آن ۲۳ پیوند کووالانسی و ۱ الکترون ناپیوندی وجود دارد:



عبارت چهارم نادرست است:



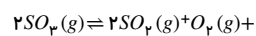
عبارت پنجم درست است.

۹۴ - گزینه ۴ الکل ها را می توان در شرایط مناسب «اکسایش» به آلدهیدها یا کتون ها تبدیل کرد ← مورد الف و ب انجام پذیر است.

با اکسایش الکل ها در شرایط مناسب می توان کربوکسیدلیک اسیدها را نیز سنتز کرد، (ج) انجام پذیر است.

د) گاز اتن در حضور آب به الکل تبدیل می شود. (د) انجام پذیر است.

۹۵ - گزینه ۴



مقدار اولیه	۳	۰	۰
تغییرات	-۲x	+۲x	+x
مقادیر تعادلی	۳ - ۲x	۲x	x

$$3 - 2x = 2x \rightarrow x = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$SO_3 \rightarrow 3 - 2(0.75) = 1.5 \text{ mol} \rightarrow \frac{1.5}{0.25} = 6 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$SO_2 \rightarrow 2x \rightarrow 2(0.75) = 1.5 \text{ mol} \rightarrow \frac{1.5}{0.25} = 6 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$O_2 \rightarrow x = 0.75 \rightarrow \frac{0.75}{0.25} = 3 \frac{\text{mol}}{L}$$

$$K = \frac{[SO_2]^2 [O_2]}{[SO_3]^2} = \frac{(6)^2 (3)}{(6)^2} = 3$$

۹۶ - گزینه ۴ اگر تفاوت سطح انرژی فرآورده ها با قله نمودار را a فرض کنیم، ΔH واکنش از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$I) \Delta H_1 = E_a - a = 100 - a$$

$$II) \Delta H_2 = E_a - a = 40 - a$$

$$I) \Delta H_1 > 0 \Rightarrow 100 - a > 0 \Rightarrow a < 100$$

$$II) \Delta H_2 < 0 \Rightarrow 40 - a < 0 \Rightarrow a > 40$$

$$(100 - a) - (40 - a) = 60$$

$$\Delta H_1 = -\Delta H_2 \Rightarrow 100 - a = -(40 - a) \Rightarrow a = 70 \text{ kJ}$$

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱) نادرست. a نمی تواند خارج از بازه مقابل باشد.

گزینه ۲) نادرست. تفاوت آنتالپی دو واکنش برابر ۶۰ کیلوژول است.

گزینه ۳) نادرست. در شرایط یکسان سرعت واکنش II بیشتر است.

گزینه ۴) درست. اگر مقدار آنتالپی دو واکنش با هم برابر باشد؛ یعنی:

۹۷ - گزینه ۳

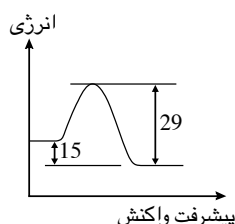
$$-15 = \text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده} - \text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده} = \Delta H$$

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱) نادرست. انرژی فعال سازی واکنش برابر ۱۴ کیلوژول بر مول است.

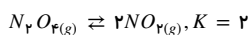
گزینه ۲) نادرست. آنتالپی واکنش برابر ۱۵ - کیلوژول است.

گزینه ۳) درست. با توجه به نمودار فرآورده ها نسبت به واکنش دهنده ها پایدارترند.



گزینه ۴) نادرست. برای تشکیل دو مول ClO به ۱۵ کیلوژول انرژی نیاز است.

۹۸ - گزینه ۴



شروع : ۲ ۱

$$\text{تغییر : } -x \quad + 2x \Rightarrow Q = \frac{(1)^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{تعادل : } 2 - x \quad 1 + 2x$$

چون $Q < K$ پس واکنش رفت به میزان بیش تری رخ می دهد.

$$K = \frac{[NO_F]^2}{[N_2O_F]} = \frac{(1+2x)^2}{2-x} = 2 \Rightarrow \frac{1+4x+4x^2}{2-x} = 2 \Rightarrow 4x^2+4x+1 = 4-2x \Rightarrow 4x^2+6x-3=0$$

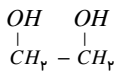
$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(-3)(4) = 84 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{84}}{2(4)}$$

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{4 \times 21}}{8} = \frac{-6 - 2 \times \sqrt{21}}{8} = \frac{-15}{8} \times \text{غی قی}$$

$$x_p = \frac{-6 + \sqrt{4 \times 21}}{8} = \frac{-6 + 2 \times 4,5}{8} = \frac{3}{8} = 0,375 \checkmark$$

کل فرآورده ابتدا ۱ مول بوده و $2x$ معادل $0,75$ و $2 \times 0,375 = 0,75$ تغییر کرده است. پس نسبت به مقدار اولیه ۷۵٪ افزایش داشته است.

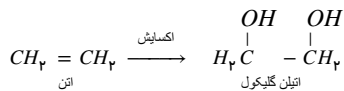
۹۹ - گزینه ۳ اتیلن گلیکول، ترکیبی محلول در آب است.



فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $C_2H_6O_2$ است و دارای ۹ پیوند کووالانسی می‌باشد:

$$\text{تعداد پیوند کووالانسی} = \frac{2 \times 4 + 6 \times 1 + 2 \times 2}{2} = 9$$

اتیلن گلیکول از اکسایش اتن توسط محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات به دست می‌آید.



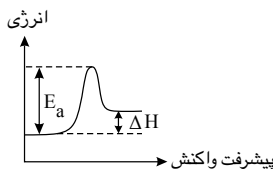
اتن دارای ۶ پیوند کووالانسی است و هر اتم کربن آن عدد اکسایش (۲-) دارد.

اتیلن گلیکول ۹ پیوند کووالانسی دارد و عدد اکسایش هر یک از دو اتم کربن آن، برابر (۱-) است.

پس عدد اکسایش هر یک از اتم‌های کربن در اکسایش اتن، یک درجه تغییر می‌کند (از ۲- به ۱-) و ۳ پیوند به مجموع تعداد پیوندهای کووالانسی افزوده می‌شود.

۱۰۰ - گزینه ۳

با توجه به نمودار گرماگیر، مشاهده می‌شود که سطح انرژی فراورده‌ها در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها، بالاتر و در نتیجه انرژی پیوندی آن‌ها، در مجموع کمتر است.



۱۰۱ - گزینه ۲

این واکنش با توجه به نمودار گرماگیر است و ΔH آن برابر akJ است همچنین با توجه به معادله واکنش، به ازای مصرف ۱ مول A ، akJ گرما نیاز است بنابراین به ازای مصرف ۱ مول A ،

akJ گرما نیاز است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: «۱»:

$$\Delta H = E_a = a - 3a = -2a$$

گزینه ۳: «۳» انرژی فعال‌سازی با تغییر دما، دچار تغییر نمی‌شود.

گزینه ۴: «۴» انرژی فعال‌سازی این واکنش برابر $3a$ است که کمترین انرژی لازم برای انجام واکنش است.

۱۰۲ - گزینه ۲ بررسی موارد:

مورد «آ»: درست. در هوای آلوده شهرهای صنعتی و بزرگ، به مقدار قابل توجهی گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) وجود دارد که از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو در دمای بالا به وجود می‌آید. از آنجا که گاز NO_2 به رنگ قهوه‌ای است، هوای آلوده کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود.

مورد «ب»: نادرست. همان‌گونه که اشاره شد برخی از آلاینده‌ها همانند NO_2 به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شوند، اما هوای آلوده حاوی آلاینده‌هایی است که اغلب بی‌رنگ هستند و نمی‌توان به آسانی وجود آن‌ها را تشخیص داد.

مورد «پ»: نادرست. هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به‌طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.

مورد «ت»: درست. از طیف‌سنجی فرسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن در هواکره استفاده کرد.

۱۰۳ - گزینه ۳ مورد «ب» نادرست: هر واکنش گرماده و گرماگیر به انرژی فعال‌سازی نیاز دارد.

۱۰۴ - گزینه ۳ مقدار NO تولید شده در حضور یا بدون حضور کاتالیزگر برابر $1,06$ گرم بر کیلومتر است. و مبدل فقط مقدار بیش‌تر آن را به ماده شیمیایی غیرآلاینده تبدیل می‌کند. بنابراین ابتدا باید حساب کنیم در

یک روز چند کیلو گرم NO تولید می شود.

$$5000 \times 20 \text{ km} \times 1.06 \text{ (g) NO} = 1060000 \text{ (g)} = 1060 \text{ kg NO}$$

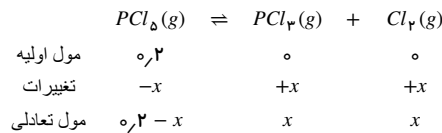
اکنون باید حساب کنیم براساس واکنش $N_2 + O_2 \rightarrow 2NO$ چند کیلو گرم N_2 برای تولید این مقدار NO لازم است.

$$\left(\frac{2NO}{2 \times 30} \right) = \left(\frac{N_2}{28} \right) \Rightarrow X = 494.6 \text{ kg } N_2$$

در حضور مبدل به ازای طی هر کیلومتر توسط خودرو مقدار (5/5 = 7/0 - 2/6) گرم از ورود CO به هواکرة جلوگیری می شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$50000 \times 20 \times 5.5 = 5500000 \text{ g} = 5500 \text{ kg}$$

۱۰۵ - گزینه ۳ حجم ظرف ۱ لیتر است، بنابراین مول و غلظت گازها برابر است.



مجموع غلظت (مول) تعادلی گازها برابر است با:

$$(0.2 - x) + (x) + (x) = 0.2 \rightarrow 0.2 + x = 0.2 \rightarrow x = 0.1 \text{ mol}$$

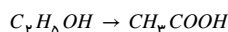
$$K = \frac{[PCl_3][Cl_2]}{[PCl_5]} = \frac{0.1 \times 0.1}{0.1} = 0.1 \frac{\text{mol}}{L} \quad \left\{ \Rightarrow \frac{0.1}{2.85} \approx 0.035 \right.$$

۲.۸۵g PCl₅ : جرم باقی مانده PCl₅ ۰.۱mol × $\frac{2.85 \text{ g PCl}_5}{1 \text{ mol PCl}_5} = 2.85 \text{ g PCl}_5$

۱۰۶ - گزینه ۳ کاهش غلظت فراورده و افزایش غلظت واکنش دهنده بیانگر این نکته می باشد که واکنش تعادلی گرماده است. (گزینه ۱) در تعادل های گرماده با افزایش دما ثابت تعادل کاهش می یابد. (گزینه ۲) و با انتقال سامانه به ظرف بزرگ تر تعادل در جهت مول های گازی کم تر (برگشت) جابه جا می شود. (گزینه ۴)

$$K = \frac{[B]}{[A]^2} = \frac{0.14}{(0.01)^2} = 1.4 \times 10^3 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۱۰۷ - گزینه ۱ با در نظر گرفتن واکنش اتانوتیک اسید → اتانول داریم:



$$2.3 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ ml}}{1 \text{ L}} \times \frac{0.8 \text{ g}}{1 \text{ ml}} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol } CH_3COOH}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{60 \text{ g}}{1 \text{ mol } CH_3COOH} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}}$$

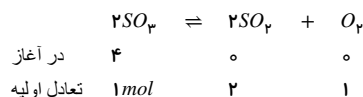
$$= \frac{2.3 \times 1000 \times 0.8 \times 60}{100 \times 46 \times 1000} = 1.92$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار عملی} = 0.6 \times 1.92 = 1.152$$

۱۰۸ - گزینه ۱

بررسی موارد:

مورد الف) نادرست. به ازای تولید هر مول O_2 ، ۲ مول SO_2 نیز تولید می شود.



$$[SO_2]_{\text{تعادل}} = \frac{1}{2} \text{ mol} \cdot L^{-1}, [SO_3] = \frac{2}{2} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}, [O_2] = \frac{1}{2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K = \frac{[SO_2]^2 [O_2]}{[SO_3]^2} = \frac{(1)^2 \left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

تعداد اولیه

مورد ب) نادرست. مقدار K تنها با تغییر دما، تغییر می‌کند و با تغییر غلظت، K ثابت می‌ماند.

مورد پ) درست. با افزودن مقداری O_2 به سامانه در حال تعادل، واکنش تعادلی در جهت مصرف مقدار O_2 اضافی به جهت چپ جابه‌جا می‌شود و کمی از مقدار اضافی O_2 کم می‌شود. ولی در مجموع، مقدار O_2 نسبت به قبل بیشتر خواهد بود و با جابه‌جا شدن تعادل به سمت چپ، غلظت SO_3 افزایش ولی غلظت SO_2 کاهش می‌یابد.

مورد ت) نادرست. با جابه‌جا شدن تعادل بخشی از O_2 اضافی مصرف می‌شود نه همه آن.

$$E_{\text{رفت}} = 562 \text{ kJ}$$

۱۰۹ - گزینه ۲ ابتدا انرژی فعال‌سازی واکنش را در غیاب کاتالیزگر تعیین می‌کنیم.

$$E_{\text{برگشت}} = 562 - 181 = 381 \text{ kJ}$$

در حضور کاتالیزگر $E_{\text{رفت}}$ در حدود ۴۰٪ کاهش می‌یابد.

$$E_{\text{رفت در حضور کاتالیزگر}} = 562 \times \frac{40}{100} = 224.8 \text{ kJ}$$

۱۱۰ - گزینه ۳ در اثر انتقال به ظرفی با حجم کمتر، بلافاصله غلظت همه مواد شرکت‌کننده افزایش می‌یابد. سپس طبق اصل لوشاتلیه به سمت تعداد مول کمتر (در جهت رفت) جابه‌جا می‌شود که نتیجه آن کاهش $[N_2]$ و $[H_2]$ ، افزایش $[NH_3]$ است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۱۷ - ۳	۳۳ - ۲	۴۹ - ۲	۶۵ - ۳	۸۱ - ۲	۹۷ - ۳
۲ - ۴	۱۸ - ۱	۳۴ - ۳	۵۰ - ۳	۶۶ - ۱	۸۲ - ۲	۹۸ - ۴
۳ - ۲	۱۹ - ۳	۳۵ - ۲	۵۱ - ۳	۶۷ - ۲	۸۳ - ۳	۹۹ - ۳
۴ - ۳	۲۰ - ۱	۳۶ - ۱	۵۲ - ۳	۶۸ - ۱	۸۴ - ۳	۱۰۰ - ۳
۵ - ۲	۲۱ - ۴	۳۷ - ۳	۵۳ - ۳	۶۹ - ۲	۸۵ - ۲	۱۰۱ - ۲
۶ - ۳	۲۲ - ۳	۳۸ - ۱	۵۴ - ۳	۷۰ - ۱	۸۶ - ۴	۱۰۲ - ۲
۷ - ۲	۲۳ - ۳	۳۹ - ۴	۵۵ - ۳	۷۱ - ۴	۸۷ - ۱	۱۰۳ - ۳
۸ - ۴	۲۴ - ۳	۴۰ - ۴	۵۶ - ۱	۷۲ - ۱	۸۸ - ۴	۱۰۴ - ۳
۹ - ۲	۲۵ - ۱	۴۱ - ۳	۵۷ - ۲	۷۳ - ۳	۸۹ - ۱	۱۰۵ - ۳
۱۰ - ۱	۲۶ - ۱	۴۲ - ۴	۵۸ - ۱	۷۴ - ۴	۹۰ - ۳	۱۰۶ - ۳
۱۱ - ۱	۲۷ - ۲	۴۳ - ۱	۵۹ - ۱	۷۵ - ۲	۹۱ - ۴	۱۰۷ - ۱
۱۲ - ۴	۲۸ - ۱	۴۴ - ۲	۶۰ - ۳	۷۶ - ۲	۹۲ - ۱	۱۰۸ - ۱
۱۳ - ۳	۲۹ - ۱	۴۵ - ۴	۶۱ - ۴	۷۷ - ۱	۹۳ - ۴	۱۰۹ - ۲
۱۴ - ۲	۳۰ - ۱	۴۶ - ۳	۶۲ - ۳	۷۸ - ۱	۹۴ - ۴	۱۱۰ - ۳
۱۵ - ۲	۳۱ - ۳	۴۷ - ۳	۶۳ - ۴	۷۹ - ۲	۹۵ - ۴	
۱۶ - ۱	۳۲ - ۴	۴۸ - ۴	۶۴ - ۴	۸۰ - ۲	۹۶ - ۴	

